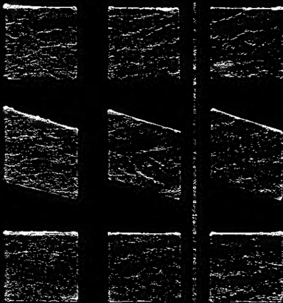
أسس المنطق الرمزي المعاصر

د. نجيب الحصادي





دار النهضة العربية
للطباعة والنشر
بيروت - لبنان

دار ابن الأجدابي
لخدمات الكتاب

الإهداء

إلى أخي .. حسين ..

الّذي علّمني - بسلوكه المتميّز - أسمى معاني النزاهة، ولقّنني - بحرصه الدائم على الرضى بالقليل - فن العيش بالحد الادنى من الطموحات المادية ...

وإلى أخي فهيم ...

الّذي أشعر - بإهداء هذا الكتاب إليه - أنّني أرتكب حماقة من يهدي كتاباً إلى نفسه.

بسم الله الرحمن الرحيم

استهلال

يقرر « كواين » في معرض تقديم كتابه « مناهج المنطق » ، أن علم المنطق ـ شأنه في ذلك شأن سائر العلوم ـ يعني بأمر مطاردة الحقيقة ، وأن الظفر بتلك الطريدة رهن بتصنيف القضايا إلى قضايا صادقة وأخرى باطلة (Quine, P. 1) . والواقع أن « كواين » يلمح هاهنا إلى فكرة تقليدية تقرر وجود قيم ثلاث ـ هي الحق والخير والجمال ـ وتنوط أمر دراسة أولاها بالقائمين على علوم المنطق . فضلاً عن ذلك ، فقد درج الأقدمون على تعريف ذلك العلم بقولهم إنه يحقق عصمة الذهن عن الزلل في الفكر ، كما أن هناك اعتقاداً يكاد يكون سائداً يعزو للمنطق قدرات تجعل منه أداة تمكن مستعملها من إماطة اللثام عما لا يصح الركون إليه من معتقدات ، قدر ما تمكّنه من الخلاص نهائياً من أية أغلاط قد يرتكبها حين يُعمل فكره في أي أمر .

غير أنه يجدر بنا ـ درءً لأية أخلاط ـ أن نلاحظ منذ البداية أنه ليس في وسع أي معيار ـ كائنة ما كانت حيثياته ـ أن يعصم الذهن عن الزلل ، وما قصور الأنساق المنطقية ـ على اختلاف أنماطها ـ عن البت في أمر عدد لامتناه من أساليب الجدل إلّا مترتبة طبيعية لحقيقة مؤسسية مفادها أن الإنسان يظل باستمرار كائناً متناهياً ، تحد من إمكان كماله محدودية قدراته ، بما يترتب عليها من قصور كامن في الأدوات التي يصطنعها كيما يتجاوز تلك المحدودية .

وباستثناء قد لا يستحق الذكر ـ ونعني به ذلك الذي يتعلق بقضايا التحصيل الحاصل وقضايا الإحالات المنطقية ـ فإنه ليس من شأن المناطقة البت في أمر قيم صدق القضايا ، ومن يتجه إليهم كيما يتحقق من مصداقية أية قضية عارضة ، إنما يطلب النار من البحر ويستمطر الصخر . وبوجه شبه عام ، فإن صدق أي معتقد

وقف على ما يحدث في الكون من وقائع ، وهذا أمر قد يكون في وسع سائر العلوم تحديده ، بيد أنه لا يتعلق بما يصطلح على تسميته بعلم المنطق .

يحسن بنا أيضاً أن نغفل التعريف السائد القائل بأن المنطق هو علم التفكير البشري . لنا ـ بدون أدنى شكوك ـ أن نتوقع أن يعني علماء النفس وعلماء الفسيولوجيا بعملية التفكير ، وأن يجعلوا منها موضعاً ملائماً لأبحاثهم ودراستهم ، فالتفكير عملية سيكوفسيولوجية تحددها عوامل ـ كالغرائز والبواعث والمقاصد ـ لا تمت لعلم المنطق بصلة . أضف إلى ذلك ، أن المنطق لا يعني ـ وليس له أن يعني ـ بالكيفية التي يفكر بها البشر بالفعل ، بل إنه لا يعني أصلاً بهوية الكائنات التي تقوم بعملية التفكير ، فسواء لديه أن يقوم بها بشر أو إله ، وسواء لديه أن تتم أو لا تتم ، وسيان عنده أن تفضي إلى سلوك بعينه أو تظل مجرد حالة انتابت صاحبها أثناء سباته ، وبقيت أضغاث أحلام . باختصار ـ وكما تقرر « فيرجينيا كلنك » في كتابها « فهم المنطق الرمزي » ـ فإن المنطق لا يعني بالجدل بوصفه عملية ذهنية ، بل يعني بالتعبير اللفظي عنه (Klenk, P. 6) .

ولكن ، إذا لم يكن من شأن المنطق أن يخبرنا عن المعتقدات التي يصح الاعتداد بها ، وتلك التي يتعين عدم الركون إليها ، وإذا لم يكن من شأن المنطق دراسة السبل التي يفكر عبرها البشر ، فأي شأن يعنيه ؟ وما جدوى الخوض في أمره ؟

يمكن ـ بوجه عام ـ تعريف علم المنطق على أنه ذلك العلم الذي يهتم بتحديد العلاقات بين القضايا من وجهة نظر تعتد فحسب بالقيم الصدقية المحتملة لتلك القضايا . وفي وسع المرء أن يقرر ـ دون أن يحيد عن جادة الصواب ـ أن هناك سؤالاً أساسياً واحداً يتعين على المناطقة طرح إجابة متكاملة عنه ، وقد تكون هناك شكول مختلفة يمكن عبرها التعبير عن ذاك السؤال ، إلاّ أن دلالته قابلة لأن تصاغ على النحو التالي :

* ما الذي يستلزمه افتراض صدق (أو بطلان) أعضاء الفئة { س1 ، س2 ، . . . . ، سن} بالنسبة لقيم صدق القضية (ص) ؟

وبطبيعة الحال ، وكما سوف نبين في هذا الكتاب ، فإن الإجابة عن مثل

هذا السؤال تتوقف على طبيعة النسق المنطقي الذي يعتد به المرء بوصفه أكثر المعايير ملائمة .

ولكي يتم ترسيخ الفكرة القائلة بأن المنطق يعد أصلاً أداة لحسم الجدل الممكن قيامه بين أي طرفين، ولأن الجدل عادة ما يكون قابلاً لأن يُعبّر عنه في شكل براهين، عني المناطقة بأمر تصنيف البراهين إلى براهين سليمة (Valid arguments) وأخرى فاسدة (Invalid) ، وحاولوا قدر جهدهم البحث عن قواعد صحيحة (Sound rules) تمكّنهم من عقد تمييز حاسم بين ذينك النوعين من أساليب الجدل .

على ذلك ، فإن إنجاز مثل هذه المهمة لا يتطلب سوى تحديد إجابة عن السؤال سالف الذكر ، بعد أن نقوم باستحداث تعديل طفيف في صياغته ، بحيث نجعله يتساءل :

* ما الذي يستلزمه افتراض صدق مقدمات البرهان بالنسبة لقيم صدق نتيجته ؟

ذلك أنه إذا اكتشفنا ـ عبر تطبيق المعيار الذي تحدده قواعد نسقنا المنطقي ـ أن افتراض صدق مقدمات برهان ما يستلزم صدق نتيجته ، تسنى لنا الحكم بسلامته . وفي المقابل ، فإن إثبات فساده لا يستدعي سوى إثبات عدم استلزام افتراض صدق تلك المقدمات لصدق تلك النتيجة .

فضلاً عن ذلك ، يعني المناطقة بأمر تصنيف القضايا إلى ثلاثة أنواع :

- قضايا تكرارية (أو تحصيلات حاصلة) ، وهي تلك القضايا التي يستحيل بطلانها .
- قضايا متناقضة (أو إحالات منطقية) ، وهي تلك القضايا التي يستحيل صدقها .
- قضايا عارضة ، وهي تلك القضايا التي يحتمل صدقها كما يحتمل بطلانها . وفي هذا الخصوص ، نقرر ثانية أن تحقيق أمر مثل هذا التصنيف لا يتطلب

سوى طرح إجابة عن سؤالنا سالف الذكر ، بعد أن نقوم بتعديله بحيث تصبح صياغته على النحو التالي :

* ما الذي يستلزمه صدق القضية (س) بالنسبة لقيم صدق جميع القضايا ؟ وما الذي يستلزمه افتراض صدق جميع القضايا بالنسبة لقيم صدق القضية (س) ؟

ذلك أنه إذا اكتشفنا ـ عبر تطبيق قواعد النسق المنطقي الذي نعتد به ـ أن افتراض صدق قضية ما يستلزم صدق جميع القضايا ، تسنى لنا الحكم بكونها قضية متناقضة (أو إحالة منطقية) . من جهة أخرى ، فإن إثبات اتصاف قضية ما بخاصية التكرارية (أو إثبات كونها تعبر عن تحصيل حاصل) وقف على البرهنة على أن افتراض صدق أية قضية يستلزم صدقها . ومن جهة أخيرة ، فإن إثبات كون قضية ما عارضة يتطلب البرهنة على أنها ليست تكرارية وليست متناقضة .

ومهما يكن من شيء ، فإن عجز المنطق عن تحديد قيم صدق القضايا العارضة وتصنيفها إلى قضايا صادقة وأخرى باطلة لا يعني بأي حال أنه لا طائل عملي من ورائه أو أن جدواه نظرية خالصة . وفي واقع الأمر ، فإن هناك خاصية ـ بمقدور المنطق البت في شأن تحققها في أية فئة من القضايا ـ تكفل للأنساق المنطقية تحقيق مقصد عملي على درجة كافية من الأهمية . تلك هي خاصية الاتساق (Consistency) التي تعرف عادة على النحو التالي :

● تعد الفئة متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ احتمل صدق جميع أعضائها ، وتعد غير متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ استحال ذلك الأمر .

وفي هذا الخصوص ، نلاحظ بداية أن قدرة أي نسق منطقي على طرح إجابة متكاملة عن سؤالنا الأساسي سالف الذكر ـ بما تستلزمه من قدرة على تصنيف القضايا إلى قضايا تكرارية ومتناقضة وتكرارية ـ تكفل بذاتها قدرته على البت في أمر تحقق خاصية الاتساق في أية فئة بعينها . هذا يرجع إلى أنه في وسعنا تعريف مفهوم الاتساق على النحو التالي :

● تعد الفئة متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ لم تكن هناك أية قضية متناقضة يستلزم افتراض صدق وصل جميع أعضاء هذه الفئة صدقها .

بمقدورنا الآن أن نوضح المقصد العملي ـ الذي قلنا إنه يتسنى للمنطق تحقيقه ـ عبر النص التالي المقتبس من « كتاب المنطق » لمؤلفيه « بيرجمان » و« مور » و« نيلسون » :

« عادة ما تعجز تقنيات المنطق الصوري عن إخبارنا عن المزاعم الصادقة وتلك التي تعد باطلة . . . بيد أن (تلك) التقنيات . . . تمكننا من تحديد ما إذا كانت المزاعم التي نذهب إليها تشكل في مجموعها فئة متسقة . . .

هب أن شخصاً ما قد اعتقد في صدق جميع المزاعم التالية :

- كل من يحمل التنجيم محمل الجد يعد مجنوناً .
- « ألس » أخت لي ، ولا أخت لي متزوجة من مجنون .
- « هيجيني » زوج « ألس » ، وهو يقرأ باب « برجك هذا اليوم » كل يوم .
- كل من يقرأ ذلك الباب كل يوم يحمل التنجيم محمل الجد .

إن قليلاً من أعمال الفكر يكفي لتبيان استحالة صدق هذه المزاعم مجتمعة . . . إنها تشكل فئة غير متسقة . . . ولذا يتعين أن يكون أحدها على أقل تقدير باطلاً ، ومن ثم ، فإن تجنب عدم الاتساق قد يمكننا من تجنب المعتقدات الباطلة » (Bergmann, P.2) .

هكذا قد يمكننا علم المنطق من استشعار وجود خلل ما في مجمل معتقداتنا ، رغم أنه يظل عاجزاً عن تحديد موطنه ؛ إنه يخبرنا بوجود معتقد باطل واحد على الأقل من مجموع معتقداتنا ـ في حال عدم اتساقها ـ ويبقى أمر تحديد هوية ذلك المعتقد ـ في معظم الأحوال ـ وقفاً على ما يخبرنا به الواقع .

فضلاً عن كل ذلك ، وكما يحدثنا « نوزتش » في كتابه المتميز « الأسباب والبراهين » ، فإن تمرس أساليب الجدل ـ عبر دراسة تقنيات الأنساق المنطقية ـ لن يحول دوماً دون وقوعنا فريسة للأخلاط والأغاليط ، فالمنطق ليس بأي حال ترياقاً لكل الأدواء ، لكنه ـ على ذلك ـ يمكننا من أن نكون أقل عرضة لها وأكثر حرصاً

منها . ولتوضيح هذا الأمر الأخير ، دعونا نتأمل مع « نوزتش » أساليب الجدل التي تتبع عادة في الدفاع عن وجوب السماح بالمتاجرة بالمخدرات ، كيما نتعرف على ما يمكن للمنطق ـ نظرياً ـ القيام به لحسم حالة جدلية بعينها .

في مثل هذا السياق ، نجد أن مبررات من القبيل التالي تطرح بوصفها مقدمات تسوغ النتيجة القائلة بذلك الوجوب :

- لا يعقل على وجه الإطلاق أن يسجن المرء لتعاطيه القليل من المخدرات .
- لقد تم استعمال « المارجوانا » بنجاح من قبل الأطباء في علاج الكثير من أمراض العيون .
- السماح بمتاجرة المخدرات وسيلة ناجعة للحول دون تمويل عصابات الجرائم المنظمة .
- لقد أعلن « جيمي كارتر » عن وجوب السماح بمتاجرة المخدرات .
- « المارجوانا » ليست أسوأ أثراً من التبغ الذي نسمح بالمتاجرة به رغم كونه يسبب مرض السرطان .

تسوغ هذه المبررات ـ فيما يبدو لأول وهلة ـ النتيجة القائلة بوجوب السماح بالمتاجرة بالمخدرات ؛ على ذلك ، فإنه بمقدور تقنيات المنطق تبيان كيف أنها تعجز ـ حتى في حال اعتبارها مجتمعة ـ عن طرح ما يضمن صدق تلك النتيجة . وبدون الدخول في خضم أية حيثيات تقنية ، يكفي أن نلاحظ مع « نوزتش » أن المبرر الأول ـ حتى على افتراض صحته ـ لا يتعلق إطلاقاً بفحوى ما يراد البرهنة عليه . قد لا يُعقل سجن المرء لمجرد تعاطيه القليل من المخدرات ، لكن ذلك قد يستوجب البحث عن عقاب يتناسب وخطر ذلك السلوك ، ولا يستوجب غض الطرف عنه كلية . قد لا يُعقل ـ على سبيل المثال ـ سجن من يمرق بسيارته أثناء ظهور إشارة المرور الحمراء ، لكن ذلك لا يسوغ السماح بذلك السلوك ، بل يحتم البحث عن عقاب أقل قسوة وأكثر ملاءمة . وعلى نحو مماثل ، فإن المبرر الثاني قد يسوغ السماح باستعمال المخدرات لعلاج بعض الأمراض ـ كما يفعل الأطباء حين ينصحون بتعاطي جرعات محدودة من المورفين ـ لكنه لا يسوغ بوجه عام المتاجرة بها . وللرد على المبرر الثالث ، يكفي أن نشير إلى إمكان اللجوء

إليه لتعزيز السماح بممارسة الدعارة التي تساهم بالفعل في تمويل عصابات الجرائم المنظمة . أما بخصوص المبرر الرابع ـ وهو ما يعرف اصطلاحاً ببرهان السلطة (argument from authority) ـ فإن السؤال الذي يتعين طرحه من قبل من يلجأ إلى شهادات الآخرين كيما يسوغ حكماً أو سلوكاً بعينه ، ليس « ما الذي يعتد به أصحابها من آراء » ؟ بل « ما الذي خوّل لهم الاعتداد بها أصلاً » ؟ . لا يهمنا ـ في السياق الذي نتحدث فيه ما قرره « كارتر » أو « ريغان » بخصوص المتاجرة بالمخدرات ، بل يهمنا أن نعرف المبررات التي عولا عليها إبان اتخاذه ، وهنا ، فإننا عادة ما نجد أنها لا تخرج في مضمونها عن القبيل الوارد في سائر المبررات . وكما ذكرت في موضع آخر ، فإننا عادة ما نلجأ إلى السلطة في غير اختصاص سلطاتها ، فنعتد بآراء العلماء في الموسيقى ، وبآراء الفنانين في الدين ، وبآراء الساسة في الأخلاق (الحصادي ، 5 ، ص 46 ـ 47) . وأخيراً ، فإن المبرر الخامس ينجح في أفضل الأحوال في التدليل على صدق القضية الشرطية القائلة بوجوب السماح بالمتاجرة بالمخدرات في حال السماح بمتاجرة التبغ ، وهذا أمر قد يبرر عدم السماح بالمتاجرة بأي منهما (Nosich, PP.15 – 18) .

ولأنه بمقدور المنطق البت في أمري الاستلزام والاتساق ، ففي وسعه البرهنة على عدم استلزام كل مبرر من المبررات السالفة لوجوب السماح بالمتاجرة بالمخدرات ، كما أن في وسعه البرهنة على اتساق الفئة التي تتضمن كل تلك المبررات والنتيجة القائلة بعدم السماح بالمتاجرة بها .

هكذا يتبين لنا أن علم المنطق ـ بقدرته على تقويم أساليب الجدل ـ كفيل بجعلنا نبدي قدراً ملائماً من الحرص ، بحيث يتسنى لنا التشكيك في المسوغات التي تطرح بوصفها مقدمات لنتائج باطلة ، وكما لا يخفى ، فإن لمثل هذا التشكيك مترتبات معرفية كثيرة .

تؤكد « فيرجينيا كلنك » على أن معظم المعارف التي يتحصل عليها البشر لا تتم عبر الملاحظة المباشرة ، بل تتم عبر اشتقاقها من معارف أخرى كانوا قد تحصلوا عليها . إن الطبيب ـ على سبيل المثال ـ لا يؤدي مهمته كاملة حين يقتصر على ملاحظة الأعراض التي تبدو على مرضاه ، بل إن شفاءهم عادة ما يكون رهناً

بالعمليات الاستدلالية التي يقوم بها حين يستنبط من تلك الأعراض ما عسى أن تكون عليه طبيعة الأمراض التي يعانون منها ، وحين يستنتج وجوب تعاطيهم لعقاقير طبية بعينها . وعلى نحو مماثل ، فإن القاضي الذي يقتصر على سماع أقوال الشهود وملاحظة سلوكيات المتهمين لن يمكث طويلاً في منصبه ، والطالب الذي يكتفي بحفظ ما يلقنه إياه مدرسوه لن يقطع شوطاً طويلاً في التعليم ، والمرء الذي لا يفيد من خبرات الماضي وتجاربه سوف يلدغ مرتين على أقل تقدير . وكما تضيف « كلنك » :

« فإن عملية الاستدلال تلك تسير ابتداء مما نعرف (المقدمات) وانتهاء بما كنا نجهل (النتائج) ، ولذا فإنها تعبر عن أحد سبل تطوير المعرفة البشرية . وغني عن البيان أن أمر فهم الكيفية الصحيحة التي تتم بها هذه العملية بالغ الأهمية (إذا استنتج « البنتاجون » - على نحو خاطىء - أن البقع التي تظهر على شاشات أجهزة الرادار تشير إلى وجود طائرات معادية ، وأنها ليست مجرد طيور برية ، فقد ينتهي الأمر إلى كارثة تدمر كوكب الأرض)» . (Klenk, PP.3 – 4) .

فضلاً عن ذلك ، فإن هناك مناشط بشرية تعول على المنطق بوصفه الأداة المنهجية الوحيدة التي تكفل لها تحقيق ما تصبو إلى تحقيقه من مقاصد ، ولعل الفلسفة تعد أبلغ دليل على وجود مثل تلك المناشط ، فليس في وسع ممارسيها انتهاج أي منهج غير ذلك المعبر عنه في شكل أنساق منطقية .

ولأن المنطق يعني بتقويم أساليب الجدل وتصنيفها إلى براهين سليمة وأخرى فاسدة ، فإنه يعد علماً معيارياً (normative Science) ، وفي هذا الخصوص ، يتضح التباين القائم بين علم المنطق وعلم النفس الذي يعنى هو الآخر بالعمليات الاستدلالية . وكما يشير « بول موي » في كتابه « المنطق وفلسفة العلوم » ، فإنه :

« بينما كان علم النفس ينظر إلى الظواهر النفسية . . . في وجودها المحض ، ودون أن يكون له من هدف سوى بيان مدى ترابطها أو

تنوعها ، فإن المنطق ينظر إلى العقل باعتبار قيمته ، فالتصورات العقلية تسمو في مرتبتها على الوجود المحض وتمتاز عنه بأن لها قيمة » (موى ، ص 20) .

ولعل أهم ما يميز العلوم المعيارية ـ كالنحو وعلم الجمال وعلم الأخلاق والمنطق ـ هو تضمنها لجملة من الأحكام التي تعيّن ما يتعين أن تكون عليه الأشياء (كالجمل المفيدة ، واللوحات الفنية ، والسلوكيات البشرية ، وأساليب الجدل) مغفلة ـ بشكل أو بآخر ـ ما هي كائنة عليه بالفعل . وعلى وجه الخصوص ـ بالنسبة لعلم المنطق ـ فإن السبل التي يتبعها البشر عادة في الاستدلال لا تحدد بأي حال قواعد المنطق الاستدلالية . والواقع أن شأن قواعد المنطق هاهنا هو شأن كل القواعد المعيارية ؛ فإجماع متكلمي أية لغة على خرق أية قاعدة نحوية لا يستوجب بذاته ضرورة إعادة صياغتها ، وشيوع أي نمط سلوكي لا يبرر وجوب استحداث مبدأ أخلاقي يجيزه .

ويعتبر المنطق نشاطاً عقلانياً خالصاً ، الأمر الذي يعني أنه يتخذ سبلاً ومناهج ملائمة بغية تصعيد احتمال تحقيق غايات بعينها ، وتلك هي أشراط عقلانية أي نشاط (الحصادي ، 3 ص 127 – 140) . أما غايات المنطق فهي تلك التي ذكرت صراحة في التعريف الذي قمنا بطرحه لذلك العلم ؛ أما سبله ومناهجه، فأمر تبيانها منوط بفصول هذا الكتاب .

بيد أن مجال علم المنطق واسع يضيق به مقام كتابنا هذا، كما أن كاتبه لا يدعي الدراية بحيثيات كل فروع هذا العلم . إنه يعني على وجه خاص بعلاقات الضرورة (relations of necessity) التي يمكن أن تقوم بين أنواع بعينها من القضايا ، وهذا ما يعرف اصطلاحاً بالمنطق الاستنباطي (deductive logic) ، ويلمح ـ مجرد التلميح ـ إلى المنطق الاستقرائي (inductive logic) الذي يعني بعلاقات الاحتمال (relations of probability)، بيد أنه يغفل تماماً الحديث عن أنواع أخرى من المنطق ، كالمنطق التعليلي (abductive logic) ، ومنطق الجهة (modal logic) ، والمنطق الأخلاقي (deontic logic) ، والمنطق العرفي (epis-temic logic) .

ولا يفوتنا في هذا الاستهلال أن نشير إلى أن المنطق الاستنباطي ينقسم بدوره إلى نوعين : منطق القضايا (Propositional logic) ـ الذي أفردنا له الباب الأول من هـذا الكتاب ـ والمنـطق التكميمي (Quantificational logic) ـ الذي نستعرضه في الباب الثاني ـ كما نشير إلى أن الفارق بينهما يتعلق أساساً بقدرة هذا المنطق الأخير على سبر غور حيثيات ليس بمقدور المنـطق الأول سوى غض الطرف عنها ، بما يترتب عليه من عجز عن تبيان سلامة جملة من البراهين التي تبدو على المستوى البدهي سليمة .

ولا يفوتنا أيضاً أن نشير إلى أن التعريف الذي قمنا بطرحه لمفهوم المنطق الاستنباطي ـ على عدم اتساقه مع بعض الآراء السائدة ـ ليس جديداً ، وأن الكثير من المناطقة المعاصرين يعتدون به ، وإن اختلفت طـرائقهم في التعبير عنـه . وعلى سبيل المثال لا الحصر ، نورد فيما يلي قائمة من التعريفات المعاصرة لذلك المفهوم :

- « بيـرس » :
« تكمن الإشكـاليـة الأسـاسيـة في علم المنـطق في تصنيف البراهين إلى براهين سليمة وأخرى فاسدة » (Copi, P. 1) .

- « كوبـي » :
« دراسة المنطق هي دراسة المناهـج والمبادىء التي تستعمـل للتمييز بين البراهين السليمـة والبراهين الفـاسدة » (Copi, P. 1) .

- « سامـون » :
« المنـطق هو العلم الـذي يمدنـا بأدوات تحليـل البـراهين » (سامون ، ص 15) .

- « بيانـو » :
« المنــطق هــو العلم الــذي يــدرس خصــائص الإجــراءات والعلاقات »(إسلام ، ص 15) .

● « رسـل » :

« المنطق الرمزي مختص أساساً بالاستدلال بوجه عام ، ولذا فـإن ما يبحث فيـه هو القـواعـد العـامـة التي يجـري عليهـا الاستدلال » (إسلام ، ص 16 – 17) .

● « عزمي إسلام :

« المنطق هو الذي يبحث في صورة الفكر ، وصورة الفكر هي القالب أو الإطار الـذي تترابط فيـه التصورات والأفكـار وفقاً لعـلاقات معينـة ، بغض النظر عن مضمـون تلك التصورات نفسها » (إسلام ، ص 1) .

يبقى في الختام أن أتوجـه بخالص الشكـر والتقديـر والعرفـان لأساتـذتي الأجلاء الذين تلقيت على أيـديهم هذا العلم ، وأخص بـالذكـر منهم الدكتـور عبـد الرحمن بـدوي ، والدكتـور عادل فـاخوري ، والأسـاتذة « جـورج فار » ، « مايكل بيرد » ، « إليوت سوبر » ، و« فرد درتسكي » .

* * *

الباب الأول

منطق القضايا

الفصل الأول

مفاهيم منطقيّة أساسيّة

- مفهوم القضية .
- البراهين .
- العلاقات بين القضايا .
- مفهوم الاتساق .
- النسق المنطقي .
- أسئلة الفصل الأول .

نورد في هذا الفصل تعريفات لمجموعة من المفاهيم الأساسية التي تلعب دوراً فاعلاً في تحديد طبيعة الأنساق المنطقية . وكما سوف يتضح عبر فصول هذا الكتاب ، فإنه لا سبيل لتبيان المناهج التي تعتد بها مختلف الأنساق المنطقية ـ والتي تتخذ منها أداة لتحقيق مقاصد علم المنطق ـ دون طرح مسبق لمثل تلك التعريفات . فضلاً عن ذلك ، فإن لنا من وراء سردها مجتمعة على هذا النحو أغراضاً أخرى ، نذكر منها تسهيل أمر مراجعة تلك التعريفات على القارىء ، والتوكيد على وجوب طرح تعريفات محددة لكل المفاهيم التي تلعب أدواراً أساسية في تشكيل بنية الأنساق المنطقية ، وتوضيح كيف أن هذا الكتاب لا يفترض أية خلفية فلسفية أو منطقية أو رياضية ، وأنه بمقدور القارىء غير المتخصص في تلك العلوم متابعة فصوله دون عون يذكر .

ولكي يتخذ هذا الكتاب طابعاً منهجياً (تدريسياً) ، فقد آثرنا أن نختتم كل فصل من فصوله بمجموعة من الأسئلة التي تختبر قدرات دراسية على استيعاب ما يتضمنه من مواضيع وأفكار ، ولا يفوتنا في هذا الخصوص أن نقدم النصح بوجوب حل أسئلة كل فصل قبل الانتقال إلى دراسة الفصل الذي يليه ، حتى يتأكد دارسوه من عدم إغفال أية نقاط جوهرية . وكما سوف يتضح ، فإن للمنطق طبيعية تراكمية واضحة ، وأنه أشبه ما يكون بالصرح الذي لا تقوم له قائمة ما لم يشيد على أسس متينة .

* * *

مفهوم القضية (Proposition) :

عندما يود المرء تقرير أمر ما ، فإنه عادة ما يتخذ من اللغة وسيلة لتحقيق مرامه . وبطبيعة الحال ، قد تختلف العبارات التي يستعملها عن تلك التي

يستعملها أقرانه ، وقد يسيء اختيارها فيعبر عما لا يود التعبير عنه ، وقد يسهب ويطنب في استعمال الألفاظ فيقول بعشر كلمات ما يمكن قوله بثلاث .

بيد أن المنطق لا يعتد بأي من هذه الاحتمالات ، ولعله بذلك يتفرد بخاصية تميزه عن الكثير من المناشط ؛ ألا ترى أن للنص الديني قدسية لا تسمح بـأي تلاعب في مفرداته ، وألا تجد النحاة يميزون بين الجمل الفعلية والجمل الأسمية حتى في حال كونها تعبر عن ذات الدلالة ؟ ألا نميز في سياق أحاديثنا اليومية بين من يخاطبنا باسمائنا ومن يخاطبنا بكنانا ؟

وعلى سبيل المثال ، يتعامل المناطقة مع الجمل التالية على اعتبار أنها تعبر عن دلالة واحدة :

- الثلج أبيض .
- إن الثلج أبيض .
- يصدق القول بأن الثلج أبيض .
- الثلج لونه أبيض .

- Snow is white.
- La neige est blanche.
- La couleur de la neige est blanche.
- Ghiaccio é bianco.

وعلى نحو مماثل ، تعبر الجمل التالية ـ من وجهة نظر منطقية ـ عن دلالة واحدة :

- ما كل ما يتمنى المرء يدركه .
- لا يدرك المرء كل ما يتمنى .
- بعض ما يتمنى المرء ليس يدركه .
- يبطل القول بأن كل ما يتمنى المرء يدركه .

وفي هـذا الخصـوص ، يستعمـل المنـاطقـة مصـطلح « قضيـة » (Proposition) ، ويقررون ـ بوجـه شبه عـام ـ أن الجمل ذات شـروط الصدق

المتماهية أو المتحدة تعبر عن ذات القضية . الأمثلة التالية توضح هذا الأمر :

- كل العرب مسلمون .
- كل من ليس بمسلم ليس عربياً .
- كون المرء عربياً شرط كاف لكونه مسلماً .
- كون المرء مسلماً شرط ضروري لكونه عربياً .

من البين أن هناك حالات تصدق فيها هذه الجمل ، وهناك حالات أخرى تبطل فيها . من البين أيضاً أن الحالات التي تصدق فيها أية جملة من هذه الجمل هي ذات الحالات التي تصدق فيها سائر الجمل ، وأن الأمر نفسه يسري بخصوص بطلانها . وعلى وجه الخصوص ، فإن كل تلك الجمل لا تبطل إلاّ في حال وجود عربي واحد على الأقل لا يدين بالإسلام . بهذا المعنى تتماهى شروط صدق تلك الجمل ، ولهذا السبب ، فإنها تعبر عن قضية واحدة .

هذه هي أولى مراحل التجريد (abstraction) التي تتم عبر تقنيات المنطق ؛ فهاهنا يغض الطرف كلية عن مختلف سبل التعبير وتغفل تماماً هوية اللغة وتغفل محسناتها البديعية والبيانية ؛ ففي المنطق ـ كما في الدين ـ لا فرق بين عربي وأعجمي .

لاحظ أن الجملة التقريرية الواحدة قد تعبر عن قضايا مختلفة تبعاً للسياق الذي ترد فيه . هكذا نجد ـ على سبيل المثال ـ أن قول الحلاج « أنا من أهوى ومن أهوى أنا » ـ كقول المتنبّي « أنا الذي نظر الأعمى إلى أدبي » ـ يعبر عن أكثر من قضية حين يقال من قبل أشخاص متعددين ، وأن أشراط صدقه قد تختلف باختلافهم ، الأمر الذي يعني أنه قد يُعبّر عن أكثر من قضية . وبوجه عام ، يتعين درءاً للبس أن يتم التعبير عن الجمل في شكل قضايا تحدد ـ أينما تطلب الأمر ـ هوية قائلها ، وموضع سياق قوله إياها ، وزمانه ومكانه ، فبمثل هذا الإجراء قد تتعدد الجمل على كونها تعبر عن ذات القضية ، ولكن يستحيل أن تتعدد القضايا في حال التعبير عنها بذات الجملة .

وغني عن البيان أنه لا شأن للمنطق بالجمل الإنشائية التي قد تعبر عن استفهام يجول بخاطر مستفهميه ـ « هل عجل الدهر ما حاذرت من شجن ∴ كيما

التي يبت في أمر علاقاتها معروفة لدينا ، ولا يشترط أن يكون لدينا دليل على صدقها أو بطلانها ؛ هذا بالضبط ما يجعل المناطقة يحاولون تحديد العلاقات بين القضايا معتدين فحسب « بافتراض » صدقها (أو بطلانها) . وكما أسلفت في استهلال هذا الكتاب ، فإنه باستثناء قضايا التحصيل الحاصل وقضايا الإحالات المنطقية ، ليس من شأن المنطق البت في أمر قيم صدق القضايا الفعلية التي يقوم بدراستها .

من هذا يتبين أن من يذهب ـ على طريقة « لوكاشيفت » ، المنطقي البولندي الشهير ـ إلى وجود قيم صدقية ثلاث (هي الصدق والبطلان واللامحدد) إنما يخلط بين اعتبارات وجودية وأخرى معرفية . ليست هناك قضايا غير محددة القيم ، فالقضية إما أن تكون صادقة أو باطلة ، والوسط بين هذين البديلين ـ كما أسلفنا ـ مرفوع . هذا على المستوى الأنطولوجي الذي لا يعول على وجه الإطلاق على معارف البشر ومعتقداتهم وشواهدهم . أما على المستوى الابستمولوجي ، فالوسط بينهما ليس مرفوعاً ، فقد نعرف أن القضية صادقة ، وقد نعرف أنها باطلة ، وقد لا نعرف أية قيمة صدقية تستحوذ عليها (عبد القادر ، ص 257 – 269) .

نخلص من كل هذا إلى تعريف محدد لمفهوم القضية يقرر أن :

* القضية عبارة عن جملة تقريرية ذات قيمة صدقية بعينها (بمعنى أنها إما تكون صادقة أو باطلة) .

ولا يفوتنا أن نؤكد على المبدأ المنطقي القائل بأن :

* تماهي أشراط قيم صدق أية مجموعة من الجمل التقريرية يستلزم كونها تعبر عن ذات القضية .

وعلى المستوى المنطقي ، يمكن تصنيف القضايا إلى ثلاثة أنواع ، هي القضايا التكرارية (أو التحصيلات الحاصلة) (tautologies) والقضايا المتناقضة (أو الإحالات المنطقية) (Contradictions) والقضايا العارضة (Contingent Propositions) ، وفي مقدورنا التمييز بين هذه الأنواع باللجوء إلى مفهومي

الاحتمال والاستحالة ، وذلك على النحو التالي :

* القضية التكرارية ، وهي القضية التي يستحيل بطلانها .
* القضية المتناقضة ، وهي القضية التي يستحيل صدقها .
* القضية العارضة ، وهي القضية التي يحتمل صدقها ويحتمل بطلانها .

لاحظ بداية أن المفهومين المشار إليهما (وأعني بهما مفهومي الاحتمال والاستحالة) لا يتعلقان بالدلالة الفيزيقية (أو الطبيعية) التي تعزى إليهما في بعض السياقات ، بل يقرران دلالة منطقية خالصة . وعلى وجه الخصوص ، فإن ما يكون مستحيلاً على المستوى الفيزيقي ـ كوجود حياة فوق سطح كوكب عطارد ـ قد يكون ممكناً من وجهة نظر المنطق ، ولهذا السبب ، فإنه ليست هناك ضرورة في أن تعبر القضية المستحيلة فيزيقياً عن أي تناقض منطقي . وفي واقع الأمر ، فإن القدرة ـ مجرد القدرة ـ على تخيل صدق أية قضية ، والقدرة ـ مجرد القدرة ـ على تخيل بطلانها ، يضمنان احتمالها على المستوى المنطقي ، بقدر ما يكفلان كونها قضية عارضة . في المقابل ، فإن استحالة أي أمر على المستوى المنطقي تستلزم بذاتها استحالته على المستوى الفيزيقي . وعلى سبيل المثال ، يستحيل منطقياً أن يكون للمرء عزباً ومتزوجاً في آن واحد ، ولذا فإنه يستحيل فيزيقياً أن يجمع المرء بين هذين الوضعين الاجتماعيين المتناقضين .

بهذه الدلالة المحددة ، تعد القضية « كل العزّاب غير متزوجين » قضية تكرارية يستحيل بطلانها ، وذلك على اعتبار أنه ليس بمقدور أحد تخيل عزب متزوج ، وليس على اعتبار عدم وجود من يتصف بهاتين الصفتين . وعلى نحو مشابه ، تعد القضية « هناك عزب متزوج » قضية متناقضة يستحيل صدقها . وأخيراً فإن معظم القضايا التي تعتد بها العلوم الطبيعية ـ على اختلاف أنماطها ـ تعتبر قضايا عارضة ـ كالقضية القائلة بتطور الكائنات الحية على نحو بعينه ، والقضية القائلة بتساوي زاوية سقوط الضوء مع زاوية انعكاسه ـ كما أن جلّ قضايا أحاديثنا اليومية تعبر عن قضايا من ذات القبيل ـ كالقضية القائلة بتجاوز الأمم المتحدة حدود اختصاصها ، والقضية القائلة بتفاقم الوضع الاقتصادي في دولة من الدول ، وما في حكمها من قضايا .

ولاحظ أيضاً أن حصولنا على أية شواهد تسوغ الاعتقاد في صدق أية قضية لا يجعلها ـ على المستوى المنطقي ـ تحصيلاً حاصلاً ، بل إن معرفتنا إياها على نحو يقيني جازم لا يضمن بذاتها كونها كذلك . هكذا تعد القضية القائلة بأن كل إنسان فان قضية عارضة رغم الأدلة التي تكاد تضمن صدقها . باختصار ، فإن القول بأن قضية ما تعد عارضة ـ بما يستلزمه هذا القول من تقرير لاحتمال بطلانها ـ لا يستلزم بذاته استحالة معرفتنا إياها .

القضايا الرياضية تثير في هذا السياق إشكالية خاصة ، وهناك في واقع الأمر خلاف بين المناطقة والفلاسفة حول تحديد نوعها على المستوى المنطقي . وعلى وجه الخصوص ، فإن هناك من يرى أنها تعبر عن تحصيلات حاصلة يستحيل بطلانها ، وهناك من يذهب إلى كونها تعبر عن قضايا عارضة . وعلى أية حال ، فإنه من البين أن النهج المتبع في اشتقاقها يختلف جوهرياً عن النهج المستعمل في العلوم الطبيعية والعلوم الإنسانية على حد سواء ؛ ولعل هذا الاختلاف قد استدعى إقامة اعتبارات منطقية تميز بينهما . على ذلك ، وكما أوضحت سلفاً ، فإن نوع القضايا لا يتوقف إطلاقاً على سبل استخلاصها أو معرفتها ، بل يتوقف فحسب على أمر احتمال صدقها أو بطلانها . لهذا السبب ، فإن السؤال الذي يتعين طرحه ـ توطئة لتحديد نوع القضايا الرياضية من وجهة نظر منطقية ـ هو السؤال المتعلق بذينك الاحتمالين .

ولحسم هذا الأمر ، دعونا نتأمل القضية الرياضية القائلة بأن زوايا المثلث تساوي مائة وثمانين درجة ، التي يتم اشتقاقها في النسق الأقليدي التقليدي باللجوء إلى مجموعة من التعريفات والمسلمات والبدهيات والمصادرات والمبرهنات التي يعتد بها ذلك النسق . من الواضح أن صدق هذه القضية وقف ـ في نهاية المطاف ـ على صدق ما يعرف باسم « مصادرات » اقليدس ، وكما يوحي هذا اللفظ ، فإن تلك المصادرات عبارة عن قضايا « يصادر » على صحتها دون أدنى جدل أو برهنة (الحصادي ، 5ص ؟) . هذا بالضبط ما مكّن من استحداث أنساق هندسية « لا أقليدية » تصادر على صدق قضايا مغايرة لتلك التي أعتد بها « اقليدس » ، وتخوّل استنباط قضايا كتلك القائلة بأن زوايا المثلث لا تساوي مائة وثمانين درجة .

نخلص من هذا إلى القول بأن القضية القائلة بأن زوايا المثلث تساوي ذلك العدد من الدرجات ـ كأية قضية رياضية أخرى ـ ليست صادقة بذاتها ، الأمر الذي يعني أنها ليست قضية تكرارية ، كما أن تخيل صدقها بيسر تخيل بطلانها ، الأمر الذي يعني أنها قضية عارضة . على ذلك ، فإنه بمقدورنا صياغة قضايا رياضية تكرارية ، شريطة أن يتم التعبير عنها في صيغة قضايا شرطية (Conditional Propositions) بحيث تتضمن مقدماتها (antecedents) مجموع المصادرات والمسلمات والتعريفات والمبرهنات التي تتطلبها نتائجها (Consequents) ، وبحيث تعبر تلك النتائج عن قضايا رياضية محددة كتلك التي سلف الحديث عنها (الحصادي ، 6 ، ص 33 – 36) ، ومثال ذلك القضية القائلة بأنه إذا كانت الزاوية الخارجة تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين وكانت الزاوية المستقيمة مساوية لمئة وثمانين درجة ، فإن مجموع زوايا المثلث يساوي ذلك العدد من الدرجات .

يبقى ـ كيما ننهي حديثنا عن القضايا ـ أن نقارن بين حجم الفئة التي تتضمن القضايا الصادقة وحجم الفئة التي تتضمن القضايا الباطلة . قد يبدو لأول وهلة أن عدد القضايا الباطلة يفوق بكثير عدد القضايا الصادقة ، وذلك على اعتبار وجود عدد متكثر من القضايا الباطلة في مقابل أية قضية صادقة . وعلى سبيل المثال ، نجد أن هناك عدداً كبيراً ـ وقد يكون عدداً لامتناهياً ـ من القضايا الباطلة التي تقابل القضية الصادقة القائلة بأن كوكب الأرض يبعد مسافة قدرها ثلاثة وتسعون مليون ميل عن الشمس ، كالقضية القائلة بأن المسافة بينهما هي إثنان وتسعون مليون ميل ، والقضية القائلة بأنها أربعة وتسعون مليون ميل ، وهكذا إلى ما لا نهاية . بيد أن قليلاً من إعمال الفكر يكفي لتبيان كيف أن عدد القضايا الصادقة مساو تماماً لعدد القضايا الباطلة ؛ ذلك أن هناك قضية صادقة في مقابل أية قضية باطلة ، ألا وهي القضية التي تقرر نقيض ما تقرره تلك القضية الباطلة (أو القضية التي تقرر بطلان تلك القضية) . . وبوجه عام ، فإن نقيض أية قضية صادقة يعبر عن قضية باطلة ، كما أن نقيض أية قضية باطلة يعبر عن قضية صادقة ، وبذا يكون حجم الفئتين متساوياً بغض النظر عن عدد أعضائهما . .

* * *

البراهين (**Arguments**) :

من المهام الرئيسة التي تناط بالأنساق المنطقية مهمة تصنيف البراهين إلى براهين سليمة وأخرى فاسدة . والبرهـان (argument) عبارة عن مجمـوعة من القضـايـا التي تصنف إلى فئتيـن : المقـدمـات (Premises) والنتيـجـة (Conclusion) ، ورغم أن هناك إجماعاً بين المناطقة حول وجوب أن يتضمن البرهان نتيجة واحدة (على أن يستعمل أي رابط وصلّي للربط بين النتائج في حال تعددها) ، إلا أن هناك خلافاً بينهم حول عدد المقدمات التي يمكن أن يتضمنها أي برهان . هكذا يرى « أرسطو » أن البرهـان « القياسي » يتكـون ضرورة من مقدمتين ونتيجة واحدة ، وهو رأي مغلوط فيما يرى الكثير من المناطقة . وفي هذا الصدد يقرر « ابن تيمية » :

> « وأما قولهم « إن الاستدلال لا بد فيه من مقدمتين بلا زيادة ولا نقصان ، فهو قول باطل طرداً وعكساً ، وذلك أن احتياج المستدل إلى المقدمات مما يختلف فيه حال الناس ، فمن النـاس من لا يحتاج إلا إلى مقدمة واحدة لعلمه بما سوى ذلك . . . ومنهم من يحتاج إلى مقدمتين أو أكثر . . . وعلى ذلك ، فتخصيص العدد بأثنين دون ما زاد تحكم لا معنى له . . . أو هو قول لا دليل عليه ، بل هو باطل » (إسلام ، ص 4) .

والواقع أن « ابن تيمية » يخلص هنا إلى حكم صحيح بالاستناد على أحكام لا تمت له ـ منطقياً ـ بأدنى صلة ؛ إن وجوب عدم تحديد عدد بعينه من المقدمات لا يرجع بأي حال إلى اختلاف حال الناس أو علمهم بأي عدد منها ، فهذا أمر ابستمولوجي خالص لا يمت لأمر البراهين من وجهة نظر منطقية بأية وشيجة . بيد أنه لا يقتصر على سرد اعتبارات لا علاقة لها بأشراط البراهين ، بل يقع فريسة لوهم ومفاده أن البرهان لا يكون برهاناً ما لم تطرح مقدماته مسوغاً يضمن صدق نتيجته ، مغفلاً ـ ربما دون قصد ـ إمكان وجود براهين فاسدة لا ترجح مقدماتها احتمال صدق نتائجها . والواقع أن « ابن تيمية » لا يتفرد في الوقوع فريسة لذلك الوهم ، فهناك مناطقة آخرون يوكدون على وجوب أن تقـوم المقدمـات بتعزيـز النتائج التي تخلص إليها (Bergmann, P. 6) .

لنا إذن أن نعتد بإمكان قيام براهين لا تتعلق مقدماتها ـ على أي وجه ـ بنتائجها ، وكما سوف نوضح عبر فصول هذا الكتاب ، فإن لنا أيضاً أن نتوقع قيام براهين « سليمة » لا تمت مقدماتها لنتائجها بأدنى صلة . خلاصة القول هي أن هناك شرطاً واحداً يتعين استيفاؤه من قبل أي برهان يخلص إلى أية نتيجة ، ألا وهو تضمنه لمقدمة واحدة على الأقل ، وما الاعتداد بأية أشراط أخرى إلاّ ضرب من أضراب الخلط بين الاعتبارات الانطولوجية والاعتبارات الابستمولوجية .

وبطبيعة الحال ، يتعين أن نصطلح على سبيل يمكننا من تصنيف البراهين إلى مقدمات ونتائج ؛ هنا نجد أن اللغة العربية تستعمل ألفاظاً وتعبيرات متعددة للإشارة للانتقال من مرحلة سرد المقدمات إلى مرحلة تقرير النتيجة ، ومن أمثلتها لفظة « إذن » ، وعبارة « ولهذا السبب » ، وعبارة « الأمر الذي يستلزم » ، وما في حكمها . . . أما في الانجليزية فإننا نجد تعبيرات من القبيل التالي : « Which imply » ، « So » ، « Thus » ، « Therefor » .

وعلى آية حال فإن المناطقة يصطلحون على هذا الأمر بفصل المقدمات عن النتيجة بخط أفقي ، وذلك كما هو موضح في المثال التالي :

كل راع مسؤول عن رعيته .
عمر راع
―――――
عمر مسؤول عن رعيته .

ومن البين أننا قد نطرح براهين دون أن نعني بأمر تقديم المقدمات وتأخير النتائج ، ومثال ذلك ، برهان « ديڤيد هيوم » الذي عبر عنه على الوجه التالي :

« يتعين ألا يوجد خواء ؛ فالخواء عدم ، والعدم لا وجود له » ، وبرهان « بروتا جوراس » الذي يقرر فيه :

> « أما بخصوص الآلهة ، فليس بمقدوري معرفة ما إذا كانت هناك آلهة ، ولا معرفة ما عسى أن تكون عليه أشكالها ؛ فالعوامل التي تحول دون معرفتي ذينك الأمرين كثيرة ؛ أذكر منها غموض الموضوع ، وموافاة الأجل في مدة ليست مديدة » (Bergmann, P. 8) .

هنا يتضح أن المقدمات قد وردت بعد أن تم تقرير النتائج المراد استخلاصها ، كما يتضح أن تقديم النتائج لم يؤثر في قدرتنا على تحديد هويتها . فضلاً عن ذلك ، فقد يتم التعبير عن البراهين دون ذكر صريح لأية نتائج ، على اعتبار أن السياق كفيل بتحديدها ، كما في الآية الكريمة ﴿ ولو كنت أعلم الغيب لاستكثرت من الخير ﴾ ، التي يمكن التعبير عنها في صيغة البرهان التالي :

« ولو كنت أعلم الغيب لاستكثرت من الخير »
لم أكن أعلم الغيب .
____
لم استكثر من الخير .

والواقع أن دلالة لفظة « لو » النحوية هي التي مكنتنا في هذا السياق من صياغة مثل هذا البرهان ، وذلك على اعتبار أن « لو » تفيد نحوياً امتناع جواب الشرط لامتناع فعله . وكمثال آخر للفكرة نفسها ، أعتبر قول الشاعر « أحمد شوقي » في رثائه لسعد زغلول :

لولا مغالبة الشجون لخاطري   لنظمت فيك يتيمة الأزمان

هنا نجد أن الدلالة النحوية للفظة « لولا » ـ التي تفيد امتناع جواب الشرط لوجود فعله ـ تمكننا من صياغة البرهان التالي الذي يقرر صراحة النتيجة التي ود الشاعر استخلاصها :

لولا مغالبة الشجون لخاطري   لنظمت فيك يتيمة الأزمان
غالبت الشجون خاطري
____
لم أنظم فيك يتيمة الأزمان .

وكما أسلفنا ، فإن البراهين ـ على تعددها ـ إما أن تكون سليمة (يستحيل بطلان نتائجها في حال صدق مقدماتها) أو فاسدة (يحتمل بطلان نتائجها في حال صدق مقدماتها) . فضلاً عن ذلك ، فإن البراهين تصنف أيضاً إلى براهين صحيحة (Sound arguments) ، وهي البراهين السليمة ذات المقدمات الصادقة ، وبراهين غير صحيحة (unsound arguments) ، وهي البراهين التي إما

أن تكون فاسدة أو تكون سليمة وتعد إحدى مقدماتها على الأقل باطلة . الأمثلة التالية توضح هذه التعريفات :

(برهان سليم) :

إذا ثبت أن « الشريف الرضي » هو الذي قام بتأليف « نهج البلاغة » ،
فإن « علياً » ـ رضي اللَّه عنه ـ لا يعد ملتزماً بالمذهب الشيعي .
« علي » ـ رضي اللَّه عنه ـ يعد ملتزماً بذلك المذهب .

إذن ، لم يثبت بعد قيام « الشريف الرضي » بتأليف الكتاب .

هنا يستحيل صدق تينك المقدمتين وبطلان تلك النتيجة ، ولذا فإنه بمقدورنا القول إن صدقهما يضمن تلك النتيجة ضماناً مطلقاً . لاحظ أن سلامة هذا البرهان لا تتعلق إطلاقاً بصدق مقدماته أو صدق نتيجته ، فهو سليم حتى في حال ثبوت بطلان أي من مقدمتيه وحتى في حال ثبوت بطلان نتيجته .

(برهان فاسد) :

إما أن الكواكب تدور في أفلاك بيضاوية أو أفلاك اهليلجية .
الكواكب تدور في أفلاك اهليلجية .

اذن ، لا تدور الكواكب في أفلاك بيضاوية .

هنا يحتمل صدق المقدمتين وبطلان النتيجة ، الأمر الذي يعني أن صدق المقدمتين لا يضمن صدق النتيجة ، ولذا يعد هذا البرهان فاسداً .

(برهان صحيح) :

كل إنسان فان .
سقراط إنسان .

إذن ، سقراط فان .

مقدمتا هذا البرهان صادقتان ، وصدقهما يضمن ضماناً مطلقاً صدق نتيجته ، ولذا فإنه يعد سليماً وصحيحاً في ذات الوقت .

(برهان غير صحيح لأنه فاسد) :

بعض العشاق متيمون .
« قيس » عاشق

إذن ، « قيس » متيم .

جميع قضايا هذا البرهان صادقة ، لكن صدق مقدمتيه لا يضمن صدق نتيجته ، ولذا فإنه يعد فاسداً ، ولأنه كذلك ، فإنه يعد غير صحيح .

(برهان غير صحيح لبطلان إحدى مقدماته) :

كل العرب مسلمون .
« عمار بن ياسر » عربي .

إذن ، « عمار بن ياسر » مسلم .

هذا برهان سليم ، على اعتبار استحالة بطلان نتيجته في حال صدق مقدمتيه ، لكنه لا يعد صحيحاً لتضمنه مقدمة باطلة ، ألا وهي المقدمة القائلة بإسلام كل العرب .

ولأنه ليس من شأن المناطقة البت في أمر تحديد قيم صدق القضايا ـ ما لم تكن تلك القضايا تكرارية أو متناقضة ـ فإنه ليس بمقدورهم ـ بوصفهم مناطقة ـ تحديد هوية البراهين الصحيحة وغير الصحيحة (لا سيما إذا كان عدم صحتها راجعاً لتضمنها بعض المقدمات العارضة والباطلة) . وفي هذا الصدد نلاحظ إمكانات أربع :

* أن يكون البرهان سليماً رغم بطلان نتيجته .
* أن يكون البرهان سليماً رغم بطلان بعض أو جميع مقدماته .
* أن يكون البرهان سليماً رغم بطلان نتيجته وبطلان بعض أو جميع مقدماته .
* وأن يكون فاسداً رغم صدق نتيجته وصدق بعض أو جميع مقدماته .

كما نلاحظ استحالة أمور أربعة :

* أن يكون البرهان سليماً وأن تكون جميع مقدماته صادقة ونتيجته باطلة .
* أن يكون صحيحاً وأن تكون بعض مقدماته باطلة .
* أن يكون صحيحاً وفاسداً في آن واحد .
* وأن يكون صحيحاً وأن تكون نتيجته باطلة .

* * *

العلاقات بين القضايا :

أسلفنا أن القضية إما أن تكون تكرارية أو متناقضة أو عارضة ، وأن البراهين إما أن تكون سليمة أو فاسدة ، وأن السليم منها إما أن يكون صحيحاً أو غير صحيح ، وأن الفاسد منها غير صحيح بالضرورة . والواقع أن سلامة وصحة البراهين يتعلق بقيام علاقة منطقية بعينها بين مقدماتها والنتائج التي تخلص إليها . هناك ـ فضلاً عن هذه العلاقة ـ أنواع أخرى من العلاقات التي يمكن أن تقوم بين القضايا ، وفي وسعنا أن نجمل تلك الأنواع ضمن قائمة التعريفات التالية :

* الاستلزام المنطقي (Logical Implication) :

تستلزم القضية (س) القضية (ص) منطقياً إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق (س) وبطلان (ص) .

● مثال :

القضية « كل الأجرام السماوية تدور حول الشمس » تستلزم القضية « كوكب الزهرة ـ الذي يعد جرماً سماوياً ـ يدور حول الشمس » ، وذلك على اعتبار أن صدق القضية الأولى يضمن ضماناً مطلقاً صدق القضية الثانية (أي على اعتبار استحالة صدق الأولى في حال بطلان الثانية) . في المقابل ، فإن القضية « بعض الأجرام السماوية تدور حول الشمس » لا تستلزم القضية القائلة بأن كوكب الزهرة يدور حولها ، وذلك على اعتبار إمكان أن لا يدور ذلك الكوكب حول ذلك النجم على الرغم من وجود أجرام سماوية أخرى تدور حوله .

وفي هذا الخصوص ، قد يلاحظ القارىء وجود تشابه بين مفهوم البرهان السليم وعلاقة الاستلزام ، ولكن يتعين أن نبدي قدراً كافياً من الحرص درء لارتكاب أية أخلاط . والواقع ، أن تحري الدقة يلزمنا التمييز بين ذينك المفهومين على الرغم من كونهما يعولان على ذات الفكرة (استحالة صدق شيء ما في حال بطلان شيء آخر) . سلامة البرهان وقف على قيام علاقة بين فئة من القضايا (هي المقدمات) ونتيجة بعينها، في حين قيام علاقة الاستلزام يتطلب وجود قضيتين لا ثالث لهما . بيد أن ذلك لا يحول دون إمكان التعبير عن مفهوم البرهان السليم باستعمال علاقة الاستلزام ، وذلك على النحو التالي :

* يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ استلزمت القضية التي تصل بين جميع مقدماته القضية التي تقررها نتيجته .

المثال التالي يوضح هذا التعريف الأخير :

إذا أكرمت الكريم ملكته .
زيد أكرم كريماً .
____
ملك زيد كريماً .

هذا برهان سليم (فصدق مقدمتيه يضمن صدق نتيجته ضماناً مطلقاً) ، ولذا فإن القضية التي تصل مقدمتيه تستلزم القضية التي تقررها نتيجته ؛ أي أن القضية :

« إذا أكرمت الكريم ملكته ، وزيد أكرم كريماً » .

تستلزم القضية « ملك زيد كريماً » ، وذلك على اعتبار استحالة صدق القضية الأولى وبطلان القضية الثانية .

* التلازم المنطقي (Logical Equivalence) :

تتلازم القضية (س) منطقياً مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق (س) في حال بطلان (ص) ، واستحال صدق (ص) في حال بطلان (س) .

هذا يعني أن تلازم أية قضيتين وقف على اتحاد أو تماهي قيم صدقهما ، كما يعني أن تلازم أية قضيتين رهن باستلزام كل منهما للأخرى .

● مثال :

تقوم علاقة التلازم المنطقي بين القضيتين :

« ليس كل النوى تلقي المساكين » .

« بعض النوى لا تلقيه المساكين » .

على اعتبار أن صدق أي منهما يضمن صدق الأخرى ، الأمر الذي يعني أن بطلان أي منهما يضمن بطلان الأخرى .

لاحظ في هذا الصدد أن القضايا التكرارية تتلازم مع بعضها ، وأن القضايا المتناقضة تتصف بذات الخاصية ، ولاحظ أيضاً وجود قضايا عارضة تتلازم مع قضايا عارضة أخرى ، ووجود قضايا عارضة لا تتلازم مع بعض القضايا العارضة . وأخيراً ، فإن القضايا المتناقضة تستلزم القضايا التكرارية ولا تتلازم معها ، كما أن القضايا التكرارية مستلزمة من قبل أية قضية مهما كان نوعها .

* التناقض المنطقي (Logical Contradiction) :

تقوم علاقة التناقض المنطقي بين (سہ) و(صہ) إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق (سہ) و(صہ) معاً ، واستحال بطلانهما معاً .

يستلزم هذا التعريف أن تناقض أية قضيتين وقف على اختلاف قيم صدقهما . والواقع أن قانون الوسط المرفوع (The law of exluded middle) ـ الذي يقرر أن القضية إما أن تكون صادقة أو باطلة ـ يستلزم بدوره أنه بالنسبة لأية قضيتين متناقضتين ، يتعين أن تكون إحداهما صادقة والأخرى باطلة .

● مثال :

تقوم علاقة التناقض بين القضيتين « كل رسول نبي » ، و« بعض الرسل ليسوا بأنبياء » ، وذلك على اعتبار استحالة أن يصدقا معاً واستحالة أن يبطلا معاً ، ومن ثم فإن إحداهما صادقة والأخرى باطلة .

* التقابل (Contraries) :

تتقابل القضية (س) مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق (س) و(ص) واحتمل بطلانهما .

لاحظ أن الوسط بين القضايا المتقابلة ليس مرفوعاً ، على اعتبار أن بطلان إحداهما لا يضمن صدق الأخرى ؛ على ذلك ، فإن صدق أية قضية يضمن بطلان القضية التي تتقابل معها .

● مثال :

القضية « أعرف أن الأرض كروية الشكل » تتقابل مع القضية « أعرف أن الأرض ليست كروية الشكل » ؛ إن صدق هاتين القضيتين أمر مستحيل ، على اعتبار استحالة أن يعرف الإنسان أمرين متناقضين ، بيد أن بطلانهما محتمل ، فقد لا أعرف هذا ولا أعرف ذاك ، وليس بمقدوري الجزم بأي منهما . أيضاً ، تتقابل القضية « كل الطرق تؤدي إلى روما » مع القضية « لا طريق يؤدي إلى روما » .

(هذا ما يبدو لأول وهلة ، وهذا ما يقره المنطق الأرسطي الذي يهب ـ فيما سنوضح في الفصل السابع ـ محتوى وجودياً للقضايا الكلية ذات الصيغ الشرطية . في المقابل ، فإن المنطق الرمزي المعاصر يقرر أن تقابل هاتين القضيتين رهون بوجود أشياء تتعين فيها مقدمة القضية الكلية الموجبة ، أي أنه رهن بوجود طرق . أما في حال عدم وجود طرق ، فقد تصدق تينك القضيتين ، وبذا ينتفي أحد شرطي علاقة التقابل) (الحصادي ، 4 ، ص 47 – 48) .

* الدخول تحت التقابل (Sub – Contraries) :

تدخل القضية (س) في التقابل مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ استحال بطلانهما معاً ، واحتمل صدقهما معاً .

● مثال :

تدخل القضية « إما أن السماء لم تمطر أو أن الأرض مبتلة » في التقابل

مع القضية « إما أن الأرض ليست مبتلة أو أن السماء أمطرت » ؛ إن صدق هاتين القضيتين أمر محتمل ، وعلى سبيل المثال ، إذا أمطرت السماء وابتلت الأرض ، فستصبح كل منهما قضية صادقة . بيد أن بطلانهما معاً يعد أمر مستحيلاً ، لأنه يتوقف على حدوث تناقض (ألا وهو ابتلال الأرض وعدم ابتلالها ، وحدوث المطر وعدم حدوثه) . أما بخصوص المثالين : « بعض الحيوانات قادرة على التفكير » ، و« بعض الحيوانات عاجزة عن التفكير » ، فإن دخولهما تحت التقابل رهن بإهابة محتوى وجودي للقضايا الكلية ذات الصيغ الشرطية .

وبالطبع ، قد لا تقوم أية علاقة من هذه العلاقات بين أية قضيتين ، ومثال ذلك ، فإن القضية « حدث زلزال في مدينة القاهرة » لا تستلزم ولا تتلازم ولا تتناقض ولا تتقابل ولا تدخل في التقابل مع القضية « القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية » .

* * *

مفهوم الاتساق (Consistency) :

الاتساق خاصية منطقية تتصف بها بعض فئات القضايا ، وعادة ما يعبر عن فئة القضايا الرمزية بما يعرف باسم « طريقة القائمة » ، وذلك على النحو التالي :

{ س ، ص ، . . . . ، ل }

وفئة القضايا ـ كأية فئة أخرى ـ قد تكون لامتناهية ، وقد تكون متناهية ، وقد تكون خالية تماماً (The null set) ؛ فمثلاً نجد أن فئة القضايا التي يجيز النحو العربي خلوها من اللحن فئة لامتناهية ، وفئة القضايا التي يقررها هذا الكتاب تعد متناهية ، أما فئة القضايا التكرارية الباطلة ـ كفئة القضايا المتناقضة الصادقة ـ فتعد خالية (سوف نستعمل الرمز (∅) للإشارة إلى الفئة الخالية) .

أما مفهوم الاتساق فيعرّف على النحو التالي :

* تعد الفئة متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ احتمل صدق جميع أعضائها . ويجدر بنا ـ درءً

لأية أغلاط ـ أن نلاحظ أن اتساق أية فئة ليس وقفاً على صدق جميع أعضائها ، فقد تكون الفئة متسقة رغم بطلان بعض (أو جميع) أعضائها . فضلاً عن ذلك ، فإن عدم اتساق أية فئة لا يستلزم بطلان جميع القضايا المنتمية لها ، بل يستلزم فحسب بطلان إحداها على أقل تقدير . في المقابل ، فإن صدق جميع أعضاء أية فئة يضمن اتساقها ، كما أن استحالة صدق جميع أعضاء أية فئة يضمن عدم اتساقها .

● مثال :

هب أن :

(س) = « فاز عمر بميدالية ذهبية » ،

(ص) = « عمر كل الفائزين بميداليات ذهبية يربو على العشرين » ،

(ع) = « عمر طالب في الثانوية العامة » ،

(ل) = « لا طالب في الثانوية العامة يزيد عمره عن ثماني عشرة سنة » .

في هذه الحالة ، تعد الفئة { س ، ص ، ع ، } . فئة متسقة ، وكذلك شأن الفئة { ص ، ع ، ل }. على ذلك فإن الفئة { س ، ص ، ع ، ل } لا تعد متسقة ، وذلك لاستحالة صدق جميع أعضائها . ومن الواضح أن اتساق الفئتين الأوليتين لا يتعلق إطلاقاً بصدق القضايا المنتمية إليهما ، فكلاهما متسق حتى في حال كون عمر طالباً في الإعدادية ، وحتى في حال وجود فائزين بميدليات ذهبية تقل أعمارهم عن العشرين عاماً . وعلى نحو مماثل ، فإن عدم اتساق الفئة الثالثة لا يعني بالضرورة بطلان جميع أعضائها ، بل يعني فحسب وجود قضية واحدة على الأقل تتصف بكونها باطلة . وكما أسلفنا في استهلال هذا الكتاب ، فإنه في وسع المنطق تحديد متى تكون الفئة غير متسقة ، ولكن ليس بمقدوره تحديد موضع الخلل فيها (ما لم تتضمن قضايا متناقضة) .

ونلاحظ أيضاً أن اتساق أية فئة يستلزم اتساق كل فئاتها الجزئية (Sub – sets) ، وأن عدم اتساق أية فئة يضمن عدم اتساق فئاتها الكلية (Super – Sets) . في المقابل ، فإن اتساق أية فئة لا يضمن بذاته اتساق فئاتها الكلية ، كما أن عدم

اتساق أية فئة لا يضمن بذاته عدم اتساق فئاتها الجزئية . الأمثلة التالية توضح هذه الاحتمالات الأربعة :

- إذا كانت الفئة { س ، ص ، ع } متسقة ، فإن فئاتها الجزئية التالية تعد متسقة أيضاً :

{س } ، { ص } ، { ع } ، { س ، ص } ، { ص ، ع } ، { س ، ع } .

(لاحظ أن الفئة الخالية ـ رغم أنها تعد فئة جزئية لأية فئة ـ لا تعد متسقة ، وهذا أمر سوف نعني بإيضاحه في الفصل القادم) .

- إذا كانت { س } غير متسقة ، فكذلك شأن الفئات التالية : { س ، ص } ، { س ، ص ، ع } ، . . .
- إذا كانت الفئة { س } متسقة ، فقد تكون الفئة { س ، ص } متسقة أيضاً ، وقد تكون غير متسقة .
- إذا كانت الفئة { س ، ص } غير متسقة ، فقد تكون فئاتها الجزئية { س } ، { ص } متسقة أو غير متسقة .

ولاحظ أخيراً ـ وهذا أمر ذو أهمية خاصة بالنسبة لما يصطلح على تسميته بنسق الشجرة ـ أنه بمقدورنا التعبير عن كل المفاهيم التي سبق لنا تعريفها باللجوء إلى مفهوم الاتساق ، وذلك على النحو التالي :

* البرهان السليم :

يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته فئة متسقة . (أي أن سلامة البرهان :

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}}$$

تتلازم منطقياً مع عدم اتساق الفئة { س ، ليس ص }) .

* البرهان الفاسد :

يعد البرهان فاسداً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من مقدماته ونقيض نتيجته فئة متسقة .

* التقابل :

(سـ) تتقابل مع (صـ) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (سـ) و(صـ) فئة غير متسقة، وكانت الفئة المكونة من نقيض (سـ) ونقيض (صـ) فئة متسقة .

* الدخول تحت التقابل :

(سـ) تدخل في التقابل مع (صـ) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (سـ) و(صـ) فئة متسقة ، وكانت الفئة المكونة من نقيض
* (سـ) ونقيض (صـ) فئة غير متسقة .

ولا يفوتنا أن نشير أيضاً إلى أن مفهوم الاستلزام يلعب دوراً مشابهاً في هذا الخصوص للدور الذي يلعبه مفهوم الإتساق ، فبالمقدور تعريف سائر المفاهيم باللجوء إلى ذلك المفهوم ، وذلك على النحو التالي .

* سلامة البرهان « سـ ، إذن صـ » تعني أن (سـ) تستلزم (صـ) .

* صحة البرهان « سـ ، إذن صـ » تعني أن (صـ) صادقة وأنها تستلزم (صـ) .

* تلازم (سـ) مع (صـ) يعني أن (سـ) تستلزم (صـ) وأن (صـ) تستلزم (سـ) .

* تناقض (سـ) مع (صـ) يعني أن (سـ) تستلزم نقيض (صـ) وأن (صـ) تستلزم نقيض (سـ) .

* تقابل (سـ) مع (صـ) يعني أن (سـ) تستلزم نقيض (صـ) وأن نقيض (سـ) لا يستلزم (ق) .

* دخول (سـ) في التقابل مع (صـ) يعني أن نقيض (سـ) يستلزم (صـ) وأن (سـ) لا تستلزم نقيض (صـ) .

(نترك للقارىء مهمة تحديد أنواع القضايا عبر استعمال مفهوم الاستلزام) .

* * *

ما كانت قدراته ـ لغة رمزية بعينها ، وأن يكـون قادراً على التعبيـر عن القضايـا اللغوية ـ التي تستعمل لغات البشر الطبيعية أداة للتعبير ـ عبر مفردات تلك اللغة الرمزية وقواعدها التركيبية .

والواقع أن لاستعمال الأنساق المنطقية لغة رمزية أهمية قصوى ، على اعتبار أنها تحقق مقاصد خاصة ـ في حال توافر أشراط بعينها ـ يرغب كل منـطقي في تحقيقها . فمن جهة نجد أن الرموز تمكّن من الدقة في التعبير ومن تلافي ما قد يشوب اللغات الطبيعية من غموض ، وما تفضي إليه أحياناً من لبس . ومن جهة أخرى ، فإن استعمال الرموز يحقق اقتصاداً ملحوظاً في الوقت والجهد ، فضلاً عن كونه ينجز مهمة التعبير عن بعض الأمور المعقدة بشكل مبسط . ومن جهة أخيرة ، وهذا أمر ذو أهمية خاصة في هذا السياق ، فإن من شأن استعمال الرموز ترسيخ فكرة منطقية أساسية مفادها وجوب غض الطرف ـ ما أمكن ـ عن التفاصيل التي قد تعمل على تشتيت الانتباه ، ووجوب التعويل فحسب على شكول أو صور القضايا (إسلام ، ص 18 – 19) . هذه هي خطوة التجريد الثانية التي يخطوها المنطق ؛ فبعد أن أغفل الاختلافات القائمة بين الجمل التقريرية التي تعبر عن ذات القضيـة ، ها هـو يعني فحسب بصورتهـا العامـة ويهمل تفـاصيل دلالتهـا الخاصة .

وللغة الرمزية ـ شأنها في ذلك شأن كل اللغات الطبيعية ـ مفرداتها الخاصة (Vocabulary) وقواعدها التركيبة الخاصة (rules of formation) التي تحدد سبل صياغة القضايا التي يعتد بها النسق المنطقي ؛ تلك هي القواعد التي تنجز مهام مشابهة لقواعد النحو المعيارية .

فضلاً عن ذلك، فإن للنسق المنطقي قواعد الاشتقـاقية التي يختص بهـا (rules of inference) ، وهي القواعد التي تحـدد على أساسهـا هويـة القضايـا وعلاقاتها قدر ما تحدد ما صدقات مفهومي البرهان السليم والفئة المتسقة. على هذا النحو يتعلق علم المنطق بعلم النحو من جهة وبعلوم الرياضة الاشتقاقية من جهة أخرى .

وكما يوضح « عزمي إسلام » في كتابـه « أسس المنطق الـرمزي »، فـإن

● ما وضع الفئة { صـ ، ع } والفئة { سـ ، صـ } ؟

4 ـ ما الانتقادات التي يمكن توجيهها للمذهب الذي يعرف علم المنطق على اعتبار أنه علم التفكير البشري ، وما السبيل الأمثل لتعريف ذلك العلم ؟

5 ـ إذا كانت (سـ) تتلازم مع (صـ) ، وكانت (سـ) قضية عارضة ، فهل يستلزم ذلك وجوب أن تكون (صـ) قضية عارضة أيضاً ؟ اضرب مثالاً يوضح اجابتك .

6 ـ ما الأهداف التي يحققها تبني النسق المنطقي للغة رمزية بعينها ، وما شروط استعمال تلك اللغة الرمزية ؟

7 ـ عرف ـ وأعط أمثلة توضح ـ المفاهيم التالية :

● القضية .
● البرهان غير الصحيح .
● علاقة الدخول تحت التقابل .
● علاقة التناقض .
● علاقة الاستلزام .

8 ـ هات أمثلة ـ مخالفة لتلك التي ورد ذكرها في هذا الفصل ـ تبين إمكان التعبير عن البراهين دون تقرير صريح لنتائجها ، وإمكان أن تسبق نتيجة البرهان مقدماته .

9 ـ حدد على وجه الضبط علاقة علم المنطق بمفهوم الحق ، مبرراً الفكرة القائلة بأن المنطق يحقق مقاصد عملية متعددة .

10 ـ إذا كانت الفئة { سـ ، ل } غير متسقة ، فما وضع البرهان الذي يتخذ من (سـ) مقدمة وحيدة ومن نقيض (ل) نتيجة يخلص إليها ؟

11 ـ هل يستلزم قيام أية علاقة منطقية بين أية قضيتين عدم قيام أية علاقة منطقية أخرى بينهما ؟ وضح إجابتك بمثال محدد .

12 ـ برهن ـ مستعملاً مفهوم الإتساق ـ على صدق العبارات التالية :

لأن . . . » ، « . . . ما لم . . . » ، « . . . لكن . . . » ، « . . . شرط ضروري لـ . . . » « . . . شرط كاف لـ . . . » ، « . . . شرط ضروري وكاف لـ . . . » ، « . . . قبل أن . . . » ، « . . . بعد أن . . . » ، « . . . بسبب . . . » ، وما في حكمها من ألفاظ وتعبيرات .

أما في اللغة الإنجليزية ، فنجد تعبيرات من القبيل التالي :

«... . and . . . » ، «either . . . or ...» ، « neither . . . nor ...» ، ، «... but ...» ، «... before ..» ، «... after ...» ، then ...» ، «... only if ...» ، «... if and only if ...» ، «... because ...» «... is a necessary ، «... is ، «... al though ...» ، «... unless ...» «... condition for» ... « a Sufficient Condition for...», ... etc.

ولتوضيح المهمة الأساسية التي تناط بمثل هذه التعبيرات ، نعتبر الجملتين التقريريتين التاليتين :

- اجتاز زيد امتحان مادة المنطق .
- تم قبول زيد في قسم الفلسفة .

من الواضح أنه في وسعنا اشتقاق جمل أكثر تركيباً من هاتين الجملتين وذلك باستعمال التعبيرات سالفة الذكر ، ومثال ذلك :

- إما أن زيداً اجتاز امتحان مادة المنطق أو أنه قد تم قبوله في قسم الفلسفة .
- اجتاز زيد امتحان مادة المنطق وتم قبوله في قسم الفلسفة .
- اجتاز زيد امتحان مادة المنطق بعد أن تم قبوله في قسم الفلسفة .
- اجتياز زيد لامتحان مادة المنطق شرط ضروري لقبوله في قسم الفلسفة .
- لن يقبل زيد في قسم الفلسفة ما لم يقم باجتياز امتحان مادة المنطق .

وقد لاحظ المناطقة ـ الذين اصطلحوا على تسمية مثل تلك الألفاظ والتعبيرات بالروابط القضوية (Propositional Connectives) ـ وجود اختلاف جوهري ـ من وجهة نظر منطقية ـ بين نوعين منها :

● الروابط القضوية التي تعد دوالاً صدقية ، (Truth – functional Propositional Connectives) .

● والروابط القضوية التي لا تعد كذلك . (Non – truth functional propositional Connectives) ولتوضيح الفارق بين هذين النوعين من الروابط ، نعتبر الأمثلة التالية :

● هب أن القضيتين :

« جاء زيد » ، « ذهب عمرو » ، صادقتان ، وهب أننا قد عرفنا أنهما صادقتان . هل يتسنى لنا ـ بناء على تلك المعرفة ـ معرفة قيم صدق القضية المركبة « جاء زيد وذهب عمرو » التي تربط بينهما باستعمال الرابط القضوي « و » ؟ ثم هب أن إحداهما صادقة والأخرى باطلة ، أو أن كليهما باطل ، وحاول الإجابة عن السؤال نفسه .

هنا تجد أنه بمقدورنا ـ في جميع تلك الحالات ـ تحديد قيم صدق الجملة المركبة دون حاجة إلى أية معلومات أخرى . وعلى وجه الخصوص ، فإنه في وسعنا أن نعرف أن الجملة المركبة صادقة في حال صدق القضيتين الأوليتين التي تركبت منهما ، وباطلة في سائر الأحوال . الجدول التالي يوضح هذا الأمر :

« جاء زيد »	« ذهب عمرو »	« جاء زيد وذهب عمرو »
صادقة	صادقة	صادقة
صادقة	باطلة	باطلة
باطلة	صادقة	باطلة
باطلة	باطلة	باطلة

الأمر نفسه يسري على القضية المركبة « إما أن زيداً قد جاء أو أن عمراً قد ذهب » ، كما هو موضح في الجدول التالي :

« جاء زيد »	« ذهب عمرو »	« إما أن زيد قد جاء أو أن عمراً قد ذهب »
صادقة	صادقة	صادقة
صادقة	باطلة	صادقة
باطلة	صادقة	صادقة
باطلة	باطلة	باطلة

بهذا المعنى يعتبر الرابط القضوي « و » ـ كما يعتبر الرابط القضوي « . . . إما أو . . . » ـ دالة صدقية .

في المقابل ، اعتبر الرابط القضوي « بعد أن » ، وقم باستعماله للربط بين ذات القضيتين ، وحاول الإجابة عن الأسئلة سابقة الذكر . هنا ستجد أن معرفتك بقيم صدق القضيتين الأوليتين لا تضمن بذاتها معرفتك بقيم صدق القضية المركبة منهما . وعلى سبيل المثال ، قد تعرف أن زيداً قد جاء وأن عمراً قد ذهب دون أن تدري أي الحدثين وقع قبل الآخر ، وبهذا المعنى لا يعد الرابط القضوي « بعد أن » دالة صدقية . وعلى نحو مماثل ، قد نعرف أن زيداً قد جاء وأن عمراً قد ذهب دون أن نعرف ما إذا كان ذهاب عمرو قد حدث « بسبب » مجيء زيد ، الأمر الذي يعني أن الرابط القضوي « بسبب » لا يعد دالة صدقية .

في وسعنا الآن تعريف الدالة الصدقية على النحو التالي :

* يعتبر الرابط القضوي دالة صدقية إذا ـ وفقط إذا ـ كانت قيم صدق القضايا البسيطة ـ التي يقوم ذلك الرابط بالربط بينها ـ تحدد قيم صدق القضية المركبة الناتجة عن استعماله .

لاحظ أن البرهنة على اتصاف أي رابط قضوي بكونه دالة صدقية يستدعي البت في أمر أربع حالات :

● الحالة التي تصدق فيها القضيتان البسيطتان .

● الحالة التي تصدق فيها أولاهما وتبطل الأخرى .
● الحالة التي تبطل فيها أولاهما وتصدق الأخرى .
● الحالة التي يبطلان فيها معا .

إذ يُتطلب في هذا السياق أن نتمكن من تحديد قيم صدق القضية المركبة في كل حالة من تلك الحالات . وكما أسلفنا ، فإن هناك روابط قضوية نتمكن باستعمالها من معرفة تلك القيم ، كما هو الشأن بالنسبة للرابط القضوي « . . . و . . . » والرابط القضوي « . . . إما . . . أو » ، وهناك روابط قضوية لا نتمكن باستعمالها من معرفة تلك القيم في جميع الحالات ، وإن تمكّنا من معرفتها في بعضها ، ومثال ذلك الرابط القضوي « . . . بسبب . . . » . إن معرفتنا ببطلان القضية الأولية « جاء زيد » ـ كمعرفتنا ببطلان القضية الأولية « ذهب عمرو » ـ تمكننا من معرفة بطلان القضية المركبة « ذهب عمرو بسبب مجيء زيد » ، لكن ذلك ـ بذاته ـ لا يجعل ذلك الرابط اللغوي دالة صدقية ، وذلك على اعتبار وجود حالات أخرى لا نستطيع فيها البت في أمر تلك القضية المركبة .

بناء على ذلك ، فإن حالة واحدة نعجز فيها عن معرفة قيم صدق القضية المركبة تكفي للبرهنة على عدم اتصاف رابطها القضوي بكونه دالة صدقية .

هذا وقد أجمع المناطقة على وجود خمسة روابط قضوية تتصف بكونها دوالاً صدقية ، وهي :

* رابط الوصل (Conjunction) ، الذي يعبر عنه ـ باللغة العربية ـ باستعمال الحروف والألفاظ والتعبيرات التالية : « و » ، « لكن » ، « رغم أن » ، « بيد أن » ، « على ذلك » ، وما في حكمها .

* رابط الوصل (disjunction) ، الذي يعبر عنه بعبارة « . . . إما . . . أو . . . » ، « هناك بديلان : . . . . ، . . . . » ، وما شابهها من تعبيرات .

* الرابط الشرطي (Conditional) ، الذي يعبر عنه بأساليب الشرط المعروفة مثل « إذا . . . فـ . . . » ، « إن . . . . ، . . . . » ، . . . « شرط كاف لـ . . . » ، . . . إلخ . . .

* رابط التكافؤ (Equivalence) : ويعبر عنه بالتعبير « . . . إذا وفقط إذا . . . » ، أو التعبير « . . . شرط ضروري وكاف لـ . . . » .

* رابط السلب (Negation) ، ويعبر عنه بأساليب السلب أو النفي المختلفة ، ومثالها « ليس . . . » ، « لم . . . . » .

(والواقع أن لهذا الرابط القضوي وضعاً خاصاً ، وذلك على اعتبار أنه لا يستعمل للربط بين قضيتين ، بل يستعمل لتقرير نقيض قضية واحدة . على ذلك ، فإن هذا الرابط يستوفي الشرط الأساسي المتعلق بضمان معرفتنا لقيم صدق القضية الأصلية لمعرفتنا بقيم صدق المركبة الناشئة عن استعماله) .

ورغم وجود ترميزات متعددة لهذه الروابط القضوية ، إلا أن كثيراً من المناطقة يقومون باستعمال الرموز التالية :

* رابط الوصل : '$\wedge$'
* رابط الفصل : '$\vee$'
* الرابط الشرطي : '$\rightarrow$'
* رابط التكافؤ : '$\equiv$'
* رابط السلب : '$-$'

وباللجوء إلى مفهوم الدوال الصدقية يمكننا تعريف مفهوم القضية الأولية (elementary proposition) على النحو التالي :

* تعد القضية (سـ) قضية أولية إذا ـ وفقط إذا ـ كانت (سـ) خالية تماماً من أي رابط قضوي ذي دالة صدقية ، وتعد (سـ) مركبة (Compound) إذا ـ وفقط إذا ـ تضمنت رابطاً قضوياً واحداً على الأقل يتصف بكونه دالة صدقية .

وبناء على هذا التعريف ، تعد القضايا التالية قضايا أولية :

- العقل مدية كلها نصل .
- عند جهينة الخبر اليقين .
- يزهد البشر في الإبانة عن عواطفهم .
- لكل عمل رجال .

كما تعد القضايا التالية قضايا مركبة :

- يتسنى للفن ـ ولا يتسنى للطب ـ أن يمس شغاف القلب دون جراحة .
- كل مبدع متمرد ، وليس كل متمرد بمبدع .
- لو لم يعص آدم ربه ، لما طرد من الفردوس .

على ذلك ، فإن هناك قضايا تبدو مركبة وتعد على ذلك أولية من وجهة نظر المنطق القضوي ، ومثال ذلك القضية « أعتقد أن الذي سرق الكتاب إما أن يكون علياً أو زيداً » . إن هذه القضية ـ رغم تضمنها بعبارة « إما . . . أو . . . » ـ لا تعد مركبة ، والسبب في ذلك أن ذلك التعبير لم يستعمل بوصفه رابطاً قضوياً ، والشاهد على ذلك أن تلك القضية لا تعني « إما أنني أعتقد أن علياً قد قام بسرقة الكتاب أو أعتقد أن زيداً قد قام بذلك » ، وذلك على اعتبار أن شكوكي تحول حولهما ، لكنه ليس بمقدوري الاعتقاد بقيام واحد منهما بعينه بذلك السلوك . بكلمات أوضح ، لو سئلت « هل تعتقد أن أحدهما قد قام بسرقة الكتاب » ؟ لأجبت « نعم » ، ولو سئلت « هل تعتقد أن علياً قد سرق الكتاب » ؟ لقلت « لا » ، ولو سئلت « هل تعتقد أن زيداً قد قام بذلك » ؟ لقلت « لا » أيضاً ، وبذا يكون كل جزء من جزئي تلك القضية باطلاً رغم صدقها ، الأمر الذي يستلزم أن التعبير « . . . إما . . . أو . . . » لم يرد بوصفه رابطاً قضوياً ولا بوصفه دالة صدقية .

اعتبر أيضاً المثال التالي :

« إذا قلت الحقيقة فأنت ميت » .

ولاحظ بداية أن المخاطب ليس شخصاً بعينه ، فالقضية كلية مفادها أن كل قائل للحقيقة ميت ؛ إنها تقرر أنه إذا قال أي شخص الحقيقة فإن ذلك الشخص ميت . إذا حاولنا التعبير عنها في شكل قضية شرطية ، وعولنا على التعبير الشرطي بوصفه رابطاً قضوياً ، فسنواجه اشكالية عدم قدرتنا على البت في نتيجة القضية الشرطية دون اللجوء إلى محتوى مقدمتها . لهذا السبب فإن القضية « إذا قال (س) الحقيقة ، فإن (س) ميت » ليست قضية مركبة ، وذلك على اعتبار أن « س ميت » ليست قضية أصلاً ، ما لم نعرف« هوية س » وما لم نعرف أن (س)

المشار إليه هنا هو ذات الشخص المشار إليه في التعبير «قال (سـ) الحقيقة » .

وأخيراً ، نشير إلى أن القضية التي قد تعد أولية في منطق القضايا قد تعد مركبة في منطق التكميم ، وذلك على اعتبار أن هذا المنطق الأخير يعول ـ فضلاً عن الروابط القضوية ذات الدوال الصدقية ـ على تعبيرات أخرى بوصفها معياراً لتركيب القضايا .

* * *

لغة نسق جداول الصدق القضوي :

تتألف لغة « ن ج صـ » مما يلي :

* المفردات (Vocabulary) :

1 ـ أ ، ب ، حـ ، . . . . ، $أ_1$ ، $ب_1$ ، . . . ، $أ_2$ ، $ب_2$ ، . . .

(واضح أن هناك عدداً لامتناهياً من مثل هذه المفردات) .

2 ـ الأقواس (Parentheses) :

)	« القوس الأيمن » .
(	«القوس الأيسر » .
]	«القوس المعكوف الأيمن » .
[	« القوس المعكوف الأيسر » .

3 ـ الـروابط القضويـة ذات الدوال الصـدقية (Truth – functional propositional connectives) :

' ∧ '

' ∨ '

' ← '

' ≡ '

' ـ '

* القواعد التركيبية (Rules of Formation) :

(وهي القواعد التي تبين القضايا التي يعتد المنطق القضوي بها،كما تبين كيفية تكوين قضايا مركبة من قضايا أقل تركيباً عبر استعمال المفردات السابقة) :

1 ـ ' أ ' قضية (وكذلك شأن سائر المفردات التي يعبر عنها بحروف ، مثل ' س ' ، ع12 ، ص9 ، . . .).

2 ـ إذا كانت ' أ ' قضية ، فإن ' − (أ) ' قضية . « قاعدة السلب التركيبية » . (ويمكن اسقاط الأقواس في حال خلو ' أ ' من أية روابط قضوية ذات دوال صدقية) .

3 ـ إذا كانت ' أ ' قضية ، وكانت ' ب ' قضية ، فإن الشكول التالية تعبر عن قضايا مركبة :

(أ ∧ ب)	« قاعدة الوصل التركيبية » .
(أ ∨ ب)	« قاعدة الفصل التركيبية » .
(أ ← ب)	« قاعدة الشرط التركيبية » .
(أ ≡ ب)	« قاعدة التكافوء التركيبية » .

4 ـ لا يعتد « ن ج ص » بأية قضية لا يتم تركيبها عبر استعمال القواعد السابقة .

هكذا نتمكن باستعمال مفردات هذا النسق ، وباستعمال قواعده التركيبية من تركيب أي عدد نشاء من القضايا المركبة . والواقع أن لتلك القواعد مهام أخرى ، نذكر منها كونها تميز بين القضايا التي يعتد بها المنطق القضوي بوصفها قابلة للاستعمال في البراهين والفئات ، وتلك التي يرفضها بنفس الطريقة التي يرفض بها النحاة الجمل التي تخترق قواعد النحو المعيارية ، كما نذكر منها كونها تحدد ما يصطلح المناطقة على تسميته بالرابط الأساسي (essential connective) الذي يحدد على أساسه قيم صدق القضايا المركبة ، والذي يعرف على اعتبار أنه آخر رابط قضوي ذي دالة صدقية يتم استعماله في عملية تركيب القضية المركبة عبر تطبيق القواعد التركيبية . المثال التالي يوضح هذا الأمر :

$$\vdash [\text{أ} \leftarrow (\text{ب} \equiv - \text{أ})]$$

هذه قضية مركبة يعتد بها نسق جداول الصدق القضوي بوصفها قضية مجازة ، وذلك لأنه يمكن اشتقاقها من مفردات ذلك النسق عبر تطبيق قواعده التركيبية ، كما هو مبين أدناه :

1) أ — قضية أولية .
2) ب — قضية أولية .
3) – أ — 1 ، قاعدة السلب التركيبية .
4) (ب ≡ – أ) — 2 ، 3 ، قاعدة التكافؤ التركيبية .
5) [أ ← (ب ≡ – أ)] — 1 ، 4 ، قاعدة الشرط التركيبية .
6) – [أ ← (ب ≡ – أ)] — 5 ، قاعدة السلب التركيبية .

ولأن « رابط السلب » هو الرابط الذي تم استعماله في آخر خطوة من خطوات تركيب القضية الأصلية ، فإنه يعد رابطها الأساسي . وكمثال آخر ، اعتبر القضية المركبة التالية :

[(س ∨ – ص) ← – – (ع ← – س)]

وكما هو موضح في الخطوات التالية ، فإن الرابط الشرطي يعد الرابط الأساسي في هذه القضية :

1) س — قضية أولية .
2) ص — قضية أولية .
3) ع — قضية أولية .
4) – ص — 2 ، قاعدة السلب التركيبية .
5) (س ∨ – ص) — 1 ، 4 ، قاعدة الفصل التركيبية .
6) – س — 1 ، قاعدة السلب التركيبية .
7) (ع ← – س) — 3 ، 6 ، قاعدة الشرط التركيبية .
8) [(س ∨ – ص) ← (ع ← – س)] — 5 ، 7 ، قاعدة الشرط التركيبية .

يبقى إذن أن نقوم بطرح جدول يوضح القيم الصدقية التي تحددها روابطنا القضوية الخمسة ، وسوف نستعمل في هذا الجدول الرمز (T) للإشارة إلى قيمة

الصدق ، والرمز (F) للإشارة إلى قيمة البطلان ، حتى يتسنى لنا التمييز بينها وبين رموز القضايا الأولية والمركبة :

سـ	صـ	¯ سـ	(سـ ∧ صـ)	(سـ ∨ صـ)	(سـ ← صـ)	(سـ ≡ صـ)
T	T	(F)	(T)	(T)	(T)	(T)
T	F	(F)	(F)	(T)	F)	(F)
F	T	(T)	(F)	(T)	(T)	(F)
F	F	(T)	(F)	(F)	(T)	(T)

من الواضح أن هذا الجدول ـ الذي يعبر عن قواعد نسق جداول الصدق الاشتقاقية ـ يلخص التعريفات الخاصة بالروابط القضوية ذات الدالات الصدقية ؛

- فرابط السلب يعكس قيم صدق القضية الأصلية ،
- والقضية الوصلية لا تصدق إلا في حال صدق كل جزء من جزئيها ،
- والقضية الفصلية لا تبطل إلا في حال بطلان كل جزء من جزئيها ،
- والقضية الشرطية لا تبطل إلا في حال صدق مقدمتها وبطلان نتيجتها ،
- وقضية التكافؤ لا تصدق إلا في حال تماهي قيم صدق جزئيها .

لاحظ أن هذا الجدول يأسر تماماً الدلالات التي تعزى في السياقات العادية والسياقات العلمية . الأمثلة التالية توضح هذا الأمر :

- إذا قررنا « لا كرامة لنبي في وطنه » ، فقولنا هذا يبطل في حالة وجود نبي يكرم في وطنه ويصدق في حالة عدم وجود أي نبي يكرم في وطنه .
- القضية القائلة بأن « اينشتاين هو مؤسس النظرية النسبية العامة والنظرية النسبية الخاصة » لا تصدق إلا في حال كونه مؤسس تينك النظريتين ، وتبطل في حال كونه مؤسس إحداها فحسب ، كما تبطل في حال كونه غير مؤسس لأي منهما .

- أما القضية الفصلية « إما أن طه حسين هو مؤلف « الأيام » أو مؤلف « دعاء الكروان » ، فإنها لا تبطل إلا في حال عدم قيامه بتأليف أي من هذين المؤلفين ، وتصدق في الأحوال الثلاثة الأخرى ، ألا وهي قيامه بتأليفهما معاً، وقيامه بتأليف الأول فحسب ، وقيامه بتأليف الثاني فحسب .
- القضية الشرطية « إذا كانت الأرض تدور حول نفسها ، فإنها تدور حول الشمس » تبطل في حالة واحدة ، ألاّ وهي الحالة التي تصدق فيها مقدمتها وتبطل فيها نتيجتها (أي إذا كانت الأرض تدور حول نفسها ولا تدور حول الشمس) ، وتصدق فيما عدا ذلك (أي تصدق في حال كون الأرض تدور حول نفسها وحول الشمس ، وفي حال عدم دورانها حول نفسها ودورانها حول الشمس ، وفي حال عدم دورانها حول نفسها وعدم دورانها حول الأرض) .
- وأخيراً فإن القضية التكافؤية تصدق في حال اتحاد قيم جزئيها ، وتبطل في حال اختلاف تلك القيم .

القضية القائلة « يهطل المطر إذا وفقط إذا انخفضت درجة الحرارة » تعد صادقة في حال هطول المطر وانخفاض درجة الحرارة ، كما تعد صادقة في حال عدم هطول المطر وعدم انخفاض درجة الحرارة ؛ وتعد باطلة في حال هطول المطر وعدم انخفاض درجة الحرارة ، وفي حال عدم هطول المطر وانخفاض درجة الحرارة .

* * *

ترميز القضايا في نسق جداول الصدق القضوي :

أسلفنا أن نسق جداول الصدق القضوي ـ كأي نسق منطقي آخر ـ لا يقوم بأي إجراء ولا يبت في أي أمر إلا بعد أن تنتهي مرحلة الترميز . وبالطبع فإن ما يتم ترميزه إما أن يكون :

- قضية يراد تحديد هويتها المنطقية (أي معرفة ما إذا كانت تكرارية أو متناقضة أو عارضة)،، أو .

- قضايا ترد بوصفها مقدمات أو نتائج لبراهين يراد معرفة ما إذا كانت سليمة أو فاسدة ، أو
- قضايا ترد بوصفها أعضاء في فئات يراد معرفة ما إذا كانت متسقة أو غير متسقة ، أو
- قضايا يراد معرفة نوع العلاقة التي تقوم بينها (أي ما إذا كانت تتعلق بعلاقة الاستلزام أو التلازم أو التناقض أو التقابل أو الدخول تحت التقابل) .

تلك هي المهام الأساسية التي تناط بالأنساق المنطقية على اختلاف أنواعها .

ولترميز أية قضية هناك جملة من الخطوات التي يتعين اتباعها ، نجملها فيما يلي :

1 ـ فهم دلالة القضية فهماً دقيقاً (بعد التأكد من أنها جملة تقريرية قابلة أصلاً لعملية الترميز) .

2 ـ إعادة صياغتها ـ أينما تطلب الأمر ـ بحيث يتم التعبير عن روابطها القضوية ذات الدلالات الصدقية باستعمال التعبيرات المتفق عليها ، وهي :

« ليس »	بالنسبة لرابط السلب .
« و »	بالنسبة لرابط الوصل .
« أو »	بالنسبة لرابط الفصل .
« إذا . . . فـ . . »	بالنسبة للرابط الشرطي .
« إذا وفقط إذا . . . »	بالنسبة لرابط التكافؤ .

3 ـ تحديد الدوال الصدقية أينما وردت .

4 ـ تحديد رمز بعينه لكل قضية أولية (تخلو من تلك الدوال) ، مع تكرار الرمز نفسه في حال تكرار نفس القضية .

5 ـ استعمال الأقواس ـ أينما تطلب الأمر ـ بالطريقة التي تحددها قواعد النسق التركيبية .

الأمثلة التالية توضح الكيفية التي يتم بها اتباع تلك الخطوات :

● « إذا أصدر القاضي قرار الاتهام ، فإن المتهم سوف يستأنف القضية ، أو يرفض دفع النفقة ؛ وفي حال رفضه لدفع النفقة ، فإنه سوف يعرض نفسه للعقوبة » .

من البين أن هذه القضية قضية وصلية مركبة ، فهي تقرر أمرين :

1 ـ « إذا أصدر القاضي قرار الاتهام ، فإما أن المتهم سوف يستأنف القضية ، أو يرفض دفع النفقة » .

2 ـ « إذا رفض المتهم دفع النفقة ، فسوف يعرض نفسه للعقوبة » .

هذا يعني أن الرابط الأساسي في القضية المركبة الأصلية هو رابط الوصل ، ولذا فإنه لنا أن نتوقع أن يتخذ الشكل العام لترميزها الصورة التالية :

$$[\text{———} \wedge \text{———}]$$

من الواضح أيضاً أن كل جزء من أجزاء القضية الوصلية عبارة عن قضية مركبة ، وذلك لتضمنه بعض الدوال الصدقية . وعلى وجه الخصوص ، فإن القضية رقم (1) قضية شرطية تقرر مقدمتها القضية الأولية « أصدر القاضي قرار الاتهام » ، وتقرر نتيجتها قضية مركبة أخرى (هي القضية « إما المتهم سوف يستأنف القضية أو يرفض دفع النفقة ») . هذا يعني أن الشكل العام لترميز الجزء الأول من القضية الوصلية الأصلية يتخذ الصورة التالية :

$$((\text{———} \vee \text{———}) \leftarrow \text{———})$$

وعلى نحو مماثل ، فإن القضية رقم (2) تتخذ الصورة التالية :

$$(\text{———} \leftarrow \text{———})$$

وهكذا تكون الصورة النهائية للقضية الأصلية على النحو التالي :

$$[(\text{———} \leftarrow \text{———}) \wedge ((\text{———} \vee \text{———}) \leftarrow \text{———})]$$

يبقى إذن أن نعطي ترميزاً خاصاً لكل قضية أولية تتضمنها القضية الأصلية ، وفي هذا الخصوص ، نشير إلى أنه عادة ما يستعمل الحرف الأول من القضية الأولية بوصفه رمزاً لها ، وفي حال تكرار ذلك الحرف مع أكثر من قضية أولية ، يستعمل الحرف الأول لترميز القضية الأولى ، والحرف الثاني لترميز القضية

الثانية ، وهكذا ، وذلك درء للغموض الذي ينتج عن استعمال ذات الرمز لقضيتين مختلفتين .

على هذا النحو ، نستطيع استعمال « مفتاح الترميز » التالي : مفتاح الترميز (Symbolization key) :

'أ' : « أصدر القاضي قرار الاتهام » .
'س' : « سيستأنف المتهم القضية » .
'ر' : « رفض المتهم دفع النفقة » .
'ع' : « عرض المتهم نفسه للعقوبة .

وبذا نخلص إلى الترميز التالي :

$$[\,(\text{ع} \leftarrow \text{ر}) \wedge ((\text{ر} \vee \text{س}) \leftarrow \text{أ})\,]$$

● « سيعرض المتهم نفسه للعقوبة ما لم يستأنف القضية ؛ بيد أن رفضه لدفع النفقة يعد شرطاً كافياً لإصدار القاضي قرار الاتهام » .

تعتبر هذه القضية قضية وصلية ، رغم أنها لا تستعمل تعبير الوصل الشائع ، ألا وهو حرف الواو ، بل تستعمل عبارة « بيد أن » التي تقوم بذات المهمة التي يقوم بها ذلك الحرف . ولأنها قضية وصلية ، يحسن بداية أن نقوم بتحديد جزئيها :

1 ـ « سيعرض المتهم نفسه للعقوبة ما لم يستأنف القضية » .

2 ـ « رفض المتهم لدفع النفقة يعتبر شرطاً كافياً لإصدار القاضي قرار الاتهام » .

هنا نكتشف ثانية أن كلاً من هاتين القضيتين يستعمل تعبيرات غير شائعة للتعبير عن الدوال الصدقية ، هما التعبيران « ما لم » و« يعد شرطاً كافياً » ، وبطبيعة الحال ، فإنه لن يتسنى لنا ترميز أي منهما قبل تحديد المدلول المنطقي لهذين التعبيرين .

والواقع أن أفضل طريقة لحسم مثل هذا الأمر تتعين في البحث عن جمل

تقريرية أقل بساطة ترد فيها مثل تلك التعبيرات ومحاولة تحديد دلالتها في تلك السياقات .

دعونا إذن نتساءل عن مدلول القول بأن « زيداً سيرسب ما لم يـذاكر » ، ومدلول القول بأن « مذاكرة زيد تعد شرطاً كافياً لنجاحه » . هنا نجد أن القول الأول لا يقرر أن زيداً لن يرسب في حال مذاكرته ، بل يقرر أن مذاكرة زيد شرط ضروري لنجاحه . بكلمات أخرى ، فإنه يقرر أن زيداً سيرسب إذا لم يذاكر ، وهذا قول يترك احتمال رسوب زيد قائماً حتى في حال مذاكرته . هكذا نكتشف ـ من هذا السياق ـ أن التعبير « زيد سيرسب ما لم يذاكر » يعني القضية الشرطية « إذا لم يذاكر زيد سيرسب » ، وقياساً على ذلك ، لنا أن نستعيض عن التعبير « سہ ما لم صہ » ـ في أي سياق يرد فيه ـ بالتعبير « سہ إذا لم صہ» ، أو التعبير « إذا ليس صہ فـ سہ » .

وعلى نحو مشابه ، بمقدورنا إعادة صياغة القضية رقم (1) بالقضية (3) « إذا لم يستأنف المتهم القضية ، فسوف يعرض نفسه للعقوبة » ، وعلى هذه الشاكلة يمكن ترميز هذه القضية على النحو التالي :

(ـ سہ ← ر)

أما بخصوص القول بأن مذاكرة زيد شرط كاف لنجاحه ، فإنه لا يقرر أن زيداً سيرسب في حال عدم مذاكرته ، بل يقرر أنه لن يرسب في حال مذاكرته . ولترى ذلك ، قارن هذا القول بقولنا « إن السم شرط كاف للموت » الذي لا يعني أن المرء لن يموت في حال عدم تجرعه السم ، بل يعني أنه سيموت في حال تجرعه إياه . وعلى هذه الشاكلة ، لنا أن نستعيض عن التعبير « سہ شرط كاف لـ صہ » بالقضية الشرطية « إذا سہ فـ صہ » .

في وسعنا إذن أن نستبدل القضية التالية بالقضية رقم (2) :

4 ـ « إذا رفض المتهم دفع النفقة ، فسوف يصدر القاضي قرار الاتهـام » ، وأن نرمزها على النحو التالي :

(ر ← أ)

وبذا يكون الترميز النهائي للقضية الأصلية متخذاً للصورة التالية :

[(أ ← ر) ∧ (ر ← ـسـ)]

• « إذا وافق العرب على التفاوض مع اليهود ، فسيخسرون قضيتهم عاجلاً أو آجلاً » . « أيضاً فإن العرب سيتحدون ما لم يخسروا قضيتهم » ، ولهذا السبب ، فإن « موافقة العرب على التفاوض مع اليهود يعد شرطاً كافياً لعدم اتحادهم » .

مفتاح الترميز :

' و '	« وافق العرب على التفاوض مع اليهود »
' ع '	« سيخسر العرب قضيتهم عاجلاً »
' أ '	« سيخسر العرب قضيتهم آجلاً »
' ت '	« اتحد العرب »

ترميز البرهان :

[(أ ∨ ع) ← و]

[ت ← (أ ∨ ع) −]

―――――

(و ← − ت)

• « سيعظم نفوذ الأميركيين في أوروبا ما لم توافق فرنسا على الانضمام للاتحاد الأوروبي » .

« ستوافق فرنسا على الانضمام للاتحاد الأوروبي إذا ـ وفقط إذا ـ سيطر الحزب الاشتراكي على نظام الحكم فيها » .

« غير أن سيطرة الحزب الاشتراكي رهن بدعم الطبقات الفقيرة لأعضائه » ، ولذا «فإن دعم الطبقات الفقيرة لأعضاء الحزب الاشتراكي شرط كاف وضروري لعدم تعاظم نفوذ الأميركيين في أوروبا » .

مفتاح الترميز :

'ع' « عظم نفوذ الأميركيين في أوروبا »

'و' « وافقت فرنسا على الانضمام للاتحاد الأوروبي »

'س' « سيطر الحزب الاشتراكي على نظام الحكم في فرنسا »

'د' « دعمت الطبقات الفقيرة أعضاء الحزب الاشتراكي الفرنسي » .

ترميز البرهان :

(– و ← ع)

(و ← س)

(– ر ← س)

―――――――

(ر ≡ ع)

وأخيراً ، ولتمكين القارىء من تحديد مدلولات بعض التعبيرات غير الشائعة الخاصة ببعض الروابط القضوية ذات الدوال الصدقية ، فإننا نقترح عليه القائمة التالية :

- « س ما لم ص » (– ص ← س)
- « س شرط كاف لـ ص » (س ← ص)
- « س شرط ضروري لـ ص » (– س ← – ص)
- « س شرط ضروري وكاف لـ ص » (س ≡ ص)
- « س في حالة ص » (ص ← س)
- « س شريطة أن ص » (– ص ← – س)

* * *

تصنيف البراهين في نسق جداول الصدق القضوي :

قلنا إن البراهين إما أن تكون صحيحة أو غير صحيحة ، وإنها إذا كانت صحيحة فهي سليمة بالضرورة ، وإذا كانت غير صحيحة ، فقد تكون سليمة أو

فاسدة . ذكرنا أيضاً أنه لا شأن للمناطقة بتحديد هوية البراهين الصحيحة ، على اعتبار أن صحتها تتطلب صدق مقدماتها ، وهذا أمر يخرج في أحوال كثيرة عن مجال اختصاصهم . وكما يذكر القارىء ، فقد قمنا بتعريف مفهومي البرهان السليم والبرهان الفاسد على النحو التالي :

* يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق مقدماته وبطلان نتيجته ، ويعد فاسداً إذا احتمل ذلك الأمر .

بيد أن هذا التعريف العام لا يوضح السبيل الذي يتخذه « ن ج صه » لتصنيف البراهين إلى براهين سليمة وأخرى فاسدة . والواقع أن لهذا النسق تعريفه الخاص بهذين المفهومين ، وهو تعريف يتسق مع التعريف العام سالف الذكر ، وينجح في ذات الوقت في توضيح طبيعة الإجراءات التي يتخذها نسق جداول الصدق توطئة لحسم أمر ذلك التصنيف . ولا يفوتنا أن نلاحظ أن لهذا النسق ـ كما لأي نسق منطقي آخر ـ تعريفات خاصة بكل المفاهيم التي سبق نقاشها (الفئات المتسقة وغير المتسقة ، القضايا التكرارية والمتناقضة والعارضة ، وعلاقات الاستلزام والتلازم والتناقض والتقابل والدخول تحت التقابل ، فضلاً عن مفهومي البرهان السليم والبرهان الفاسد) .

يقرر تعريف « ن ج صه » لمفهومي البرهان السليم والبرهان الفاسد ما يلي :

* يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي خط يعين القيمة الصدقية (T) لجميع مقدماته ، ويعين القيمة الصدقية (F) نتيجته ، ويعد فاسداً إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (T) لمقدماته والقيمة الصدقية (F) نتيجته .

الأمثلة التالية توضح الكيفية التي يتم بها تطبيق هذين التعريفين لتصنيف البراهين إلى براهين سليمة وبراهين فاسدة .

● « سيرسب زيد ما لم يذاكر »
« لم يرسب زيد »
―――――――――
إذن لا بد أنه قد رسب » .

بداية نقوم بترميز هذا البرهان على النحو الذي سبق بيانه ، بحيث نحصل على الشكل الذي يلي مفتاح الترميز التالي :

مفتاح الترميز :

« رسب زيد » : 'ر'

« ذاكر زيد » : 'ذ'

شكل البرهان :

(ـ ذ ← ر)

ـ ر

―――――

ـ ذ

ولأن هناك قضيتين أوليتين في هذا البرهان ، هما 'ر' و'ذ'. ، فإن هناك أربعة احتمالات ـ لا خامس لهن ـ لقيم صدقهما :

- أن يصدقا معاً ،
- أن تصدق 'ر' وتبطل 'ذ'
- أن تصدق 'ذ'وتبطل 'ر' ،
- وأن يبطلا معاً .

هذه الاحتمالات الأربعة هي التي تحدد عدد الخطوط الأفقية التي يتضمنها الجدول الذي من شأنه أن يحدد ما إذا كان ذلك البرهان سليماً أو فاسداً ، وذلك على اعتبار أن كل خط منها سيبين قيمة صدقية محتملة لكل قضية من قضاياه . والواقع أن عدد القضايا الأولية في أي برهان يحدد باستمرار عدد قيم الصدق المحتملة ويحدد ـ من ثم ـ عدد الخطوط الأفقية في الجدول الذي يبت في أمر سلامته . أما عملية التحديد تلك ، فإنها تتم حسب المعادلة الرمزية التالية :

* (عدد قيم الصدق المحتملة)= ($2^{ن}$)

بمعنى أنه إذا كان عدد القضايا الأولية في البرهان يساوي (ن) ، فإن عدد تلك القيم يساوي حاصل ضرب (2) في نفسه مرتين ، إذا كانت (ن = 2) ،

وثلاث مرات ، إذا كانت (ن = 3) ، وهكذا . . على هذه الشاكلة ، نحصل على الجدول التالي :

عدد القضايا الأولية	عدد قيم الصدق المحتملة
قضية واحدة	2
قضيتان	4 = 2 × 2
ثلاث قضايا	8 = 2 × 2 × 2
أربع قضايا	16 = 2 × 2 × 2 × 2
خمس قضايا	32 = 2 × 2× 2 × 2 × 2
⋮	
عشر قضايا	1024 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2
⋮	

على ذلك ، وهذا أمر جد هام ، فإنه يتعين علينا أن نعني فحسب بالقيم الصدقية الخاصة بالرابط الأساسي للقضايا المراد تحديد قيم صدقها ، وذلك بناء على قيم صدق وحداتها الجزئية وباستعمال الجدول الذي يحدد قيم صدق الروابط القضوية ذات الدلات الصدقية الذي سبق طرحه ؛ إما إذا كانت القضية المعنية أولية ، فيتعين الاعتداد بقيمتها المحددة في احتمالها الأصلي .

في وسعنا الآن طرح جدول يثبت سلامة البرهان موضع نقاشنا :

ر	ذ	(المقدمة الأولى) (ـ ذ ← ر)	(المقدمة الثانية) ـ ر	(النتيجة) د
T	T	T (T) F	T (F)	(T)
T	F	F (T) F	F (T)	(T)
F	T	F (T) F	F (T)	(T)
F	F	F (F) T	F (T)	(F)

ترجع سلامة هذا البرهان ـ فيما يقرر التعريف السابق ـ إلى عدم وجود أي خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للمقدمات والقيمة الصُدقية (F) للنتيجة . لاحظ كيف إنه يتعين علينا إغفال القيم الصدقية الخاصة بالقضايا الأولية المتضمنة في أية قضية مركبة ، قدر ما يتعين علينا إغفال أي خط أفقي تستحوذ أية مقدمة من مقدماته على القيمة الصدقية (F) أو تستحوذ نتيجته على القيمة الصدقية (T) . باختصار ، فإنه يتوجب علينا البحث فحسب عن خط أفقي على الشاكلة التالية :

{ المقدمات }	(النتيجة)
(T) ، (T) ،	(F)

فوجود مثل هذا الخط يثبت فساد البرهان ، وغيابه يثبت سلامته .

● البرهان التالي فاسد بهذا المعنى :

« سيرسب زيد ما لم يذاكر »

« ذاكر زيد »

―――――

« لا بد أنه لم يرسب » ،

والذي يرمز ـ حسب مفتاح الترميز السابق ـ على النحو التالي :

(ــ ذ ← ر)

ذ

―――――

ــ ر

الجدول التالي يوضح فساد هذا البرهان ، ودرء للتكرار سوف نغفل من الآن ذكر قيم صدق القضايا الأولية المتضمنة في بعض القضايا المركبة :

ن	ذ	(المقدمة الأولى) (ـ ذ ← ن)	(المقدمة الثانية) ذ	(النتيجة) ــ ن
T	T	(T)	(T)	(F)
T	F	(T)	(F)	(F)
F	T	(T)	(T)	(T)
F	F	(F)	(F)	(T)

واضح أنه في القيمـة الصدقيـة الوارد ذكـرها في الخط الأفقي الأول أن المقدمات تستحـوذ على القيمة الصـدقية (T) وأن نتيجتـه تستحوذ على القيمـة الصدقية (F) .

والواقع أن القول بفساد أي برهان إنما يشير إلى وجود خلل منطقي فيه ، وأن هذا الخلل إنما يتعين في عجز مقدماته عن ضمان صدق نتيجتـه . وعلى وجه الخصوص ، فإن الخلل الكامن في ذلك البرهان يتعلق بإمكان نجاح زيد في حال عدم مذاكرته ، وهو إمكان لا تستبعده مقدمات البرهان ، ومن ثم فإنه وارد في أحوال كثيرة ، منها أن يقوم زيد بالغش ، أو أن يكون الامتحان سهـلاً ، أو أن يتساهل أستاذ المادة في تصحيح إجابة زيد، وما إلى ذلك من احتمالات ممكنة. لاحظ هنا أن المقدمة الأولى لا تقرر أن مذاكرة زيد شرط ضروري لنجاحه ، بل تقرر فحسب أن مذاكرته شرط كاف لنجاحه ؛ إنها لا تقرر أنـه لا ينجح إلا إذا ذاكر ، بل تقرر أنه إذا ذاكر نجح ، وهذا بالضبط ما يجعل احتمال نجاحه في حال عدم مذاكرته أمراً وارداً .

وغني عن البيان أن عجز أية فئة من المقدمات عن ضمان صدق نتيجته لا تعنى بأي حال بطلان تلك النتيجة ، لا سيما وأن ذلك العجز لا يحول بذاته دون إمكان وجود مقدمات أخرى تضمن صدق تلك النتيجة .

وكما أشرت سلفاً ، فقد تغاضينا في الجدول الأخير عن التفاصيل المتعلقة بتحديد قيم صدق مكونات القضايا المركبة ، وهذا تغاض جائز طالما تحرينا الدقة

في تحديد تلك القيم عبر استعمال جدول الدوال الصدقية الذي سبقت الإشارة إليه .

- لنعتبر الآن برهاناً أكثر تركيباً من البرهانين السابقين :
- « إنسحاب العراق من الكويت شرط كاف وضروري لاعترافه بعدم أحقية غزوه لها » .

« لن ينسحب العراق ما لم يضمن تعاطف العرب معـه » . لكل هذا ، « فإن العراق لن يضمن تعاطف العرب معه ما لم يعترف بعـدم أحقية غزوه للكويت » .

مفتاح الترميز :

« انسحب العراق »	'أ'
« اعترف العراق بعدم احقية غزو للكويت »	'ع'
« ضمن العراق تعاطف العرب »	'ض'

ترميز البرهان :

(أ ≡ ع)
(– ض ← – أ)
―――――
(– ع ← – ض)

(ملاحظة : هناك سبل متعددة للتعبير عن هذا البرهان ، نذكر منها :

[(أ ← ع) ∧ (ع ← أ)]
(أ ← ض)
―――――
(ض ← ع)

[(أ ← ع) ∧ (– ع ∨ أ)]
(– أ ∨ ض)
―――――
(– ض ∨ ع) .

وكما أسلفنا ، فإن وجود ثلاث قضايا أولية في أي برهان يتطلب وجود ثمانية خطوط أفقية ، وذلك على اعتبار وجود ثمانية احتمالات لقيم صدقها ؛ ألا وهي الاحتمالات التالية :

1) أن تصدق جميع القضايا الأولية ، (T ، T ، T)

2) أن تبطل الثالثة فقط ، (F ، T ، T)

3) أن تبطل الثانية فقط ، (T ، F ، T)

4) أن تصدق الأولى فقط ، (F ، F ، T)

5) أن تبطل الأولى فقط ، (T ، T ، F)

6) أن تصدق الثانية فقط ، (F ، T ، F)

7) أن تصدق الثالثة فقط ، (T ، F ، F)

8) أن تبطل جميع القضايا الأولية (F ، F ، F)

والواقع أن المناطقة قد اصطلحوا على طريقة بعينها في ترتيب القيم المحتملة ، رغم أن اتباع أية طريقة أخرى لا يعد أمراً هاماً من وجهة نظر منطقية طالما أنه يتم الاعتداد بجميع القيم المحتملة . يرتب المناطقة القيم الصدقية بناء على النحو التالي :

• قضية واحد :

(س)
T
F

• قضيتان :

(س)	(ص)
T	T
T	F
F	T
F	F

● ثلاث قضايا :

(ع)	(ص)	(س)
T	T	T
F	T	T
T	F	T
F	F	T
T	T	F
F	T	F
T	F	F
F	F	F

● أربع قضايا :

(ل)	(ع)	(ص)	(س)
T	T	T	T
F	T	T	T
T	F	T	T
F	F	T	T
T	T	F	T
F	T	F	T
T	F	F	T
F	F	F	T
T	T	T	F
F	T	T	F
T	F	T	F
F	F	T	F
T	T	F	F
F	T	F	F
T	F	F	F
F	F	F	F

وهكذا ، . . . وبوجه عام ، فإن عدد القضايا الأولية يحدد عـدد الخطوط الأفقية ـ كما أسلفنا ـ وذلك بحيث يكون عدد تلك الخطوط ($2^{ن}$) في حال كون عدد القضايا الأولية (ن) . ولترتيب القيم الصدقية نتبع الإجراء التالي :

- نحـدد 1/2 ($2^{ن}$) ونعين القيمة (T) لـه ، ثم نقوم بتعيين القيمـة (F) للنصف الثاني .
- إذا كان 1/2 ($2^{ن}$) قابلاً للقسمة بناتج صحيح ، نحدد 1/4 ($2^{ن}$) بالنسبة للقضية الثانية ويعين القيمة (T) للربعين الأول والثالث والقيمة (F) للربعين الثاني والرابع .
- إذا كان 1/4 ($2^{ن}$) قابلاً للقسمة أيضاً ، نحدد 1/8 ($2^{ن}$) ويعين القيمـة (T) للأثمان الفردية (الثمن الأول والثالث والخامس والسابع) والقيمة (F) للأثمان الزوجية (الثاني ، والرابع ، والسادس والثامن) .
- ونستمر في ذلك مهما كان عدد ($2^{ن}$) .

نعود الآن إلى برهاننا السابق ، فنجد أنه برهان فاسد كما هو موضح في الجدول التالي :

أ	ع	ض	(أ ≡ ع)	(ـ ض ← ـ أ)	(ـ ع ← ـ ض)
T	T	T	(T)	(T)	(T)
T	T	F	(T)	(F)	(T)
T	F	T	(F)	(T)	(F)
T	F	F	(F)	(F)	(T)
F	T	T	(F)	(T)	(T)
F	T	F	(F)	(T)	(T)
F	F	T	(T)	(T)	(F)
F	F	F	(T)	(T)	(T)

هنا نجد أن الخط الأفقي السابع يحدد القيمة الصدقية (T) للمقـدمات والقيمة الصدقية (F) للنتيجة ، الأمر الذي يعني أنه برهان فاسد .

● وكمثال أخير ، اعتبر البرهان الرمزي التالي :

(أ ≡ ب)

(ـ أ ∨ ب)

(ـ ب ∨ أ)

[ب ← (ـ أ ← أ)]

الجدول التالي يثبت سلامة هذا البرهان ، وذلك على اعتبار عدم وجود أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لمقدماته والقيمة الصدقية (F) لنتيجته .

أ	ب	(أ ≡ ب)	(ـ أ ∨ ب)	(ـ ب ∨ أ)	[ب ← (ـ أ ← أ)]
T	T	(T)	(T)	(T)	(T)
T	F	(F)			
F	T	(F)			
F	F	(T)	(T)	(T)	(T)

لاحظ أننا قد تركنا بعض الفراغات المتعلقة ببعض القيم الصدقية ؛ السبب في هذا يرجع إلى أن تلك القيم لا تؤثر في سلامة البرهان ، ولتوضيح الأمر نقول إن اتخاذ المقدمة الأولى للقيمة الصدقية(F) ـ كإتخاذ أيـة مقدمـة أخرى لتلك القيمة ـ يعني أن الخط الأفقي الخاص بهـا لا يؤثر في سـلامة البـرهان ولا في فساده . وعلى نحو مماثل ، فإن اتخاذ النتيجة للقيمة الصدقية (T) يضمن عدم تأثير اغفال الخط الأفقي المتعلق بها في وضع البرهان من وجهة نظر منطقية . باختصار ، علينا أن نعني فحسب بالخطوط الأفقية التي تعين القيمة الصدقية (T) لمقدمات البرهان في حال كونها تعين القيمة الصدقية (F) للنتيجة ، وأن نغفل كل الخطوط الأفقية الأخرى .

* * *

تحديد أنواع القضايا في نسق جداول الصدق القضوي :

أسلفنا أن القضية إما أن تكون تكرارية يستحيل بطلانها ، أو متناقضة يستحيل صدقها ، أو عارضة يحتمل صدقها ويحتمل بطلانها ؛ بيد أن هذه التعريفات ـ شأنها في ذلك شأن تعريف البرهان السليم العام ـ لا تحدد الكيفية التي يتم بها تصنيف القضايا في نسق جداول الصدق . التعريفات التالية تنجز هذا الأمر :

* تعد القضية إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (F) لتلك القضية .

* تعد القضية متناقضة إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لتلك القضية .

* تعد القضية عارضة إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (T) لها ، وكان هناك خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (F) لها .

باختصار فإن الشكل العام لمثل تلك القضايا هو الشكل التالي :

(قضية تكرارية)	(قضية متناقضة)	(قضية عارضة)
T	F	T
T	F	⋮
T	F	F
T	F	⋮
⋮	⋮	⋮

الأمثلة التالية تبين الكيفية التي يتم بها تطبيق التعريفات السابقة :

[أ ← (ب ← أ)]

هذه قضية تكرارية على اعتبار أنه لا يوجد خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (F) لها ، كما هو موضح في الجدول التالي :

[(أ ← ب) ← أ]	ب	أ
T T T (T) T	T	T
T T F (T) T	F	T
F F T (T) F	T	F
F T F (T) F	F	F

هكذا نجد أن هذه القضية تصدق في حال صدق القضيتين الأوليتين اللتين تتركب منهما ، وتصدق في حال صدق إحداهما ، وتصدق في حال بطلانهما : إنها تصدق في جميع الأحوال الممكنة ، وهذا بالضبط ما يعنيه أمر كونها قضية تكرارية .

لاحظ أننا في مثل هذا الحكم نعتد فحسب بالقيم الصدقية التي يحددها رابط القضية الأساسي (وهو الرابط الشرطي الأول) ونغفل تماماً القيم الصدقية الخاصة بأجزاء القضية الأصلية ، رغم أننا نعول عليها في تحديد القيم الصدقية الخاصة بذلك الرابط .

في المقابل ، تعد القضية التالية قضية متناقضة ، وذلك على اعتبار أنها تبطل في جميع الحالات الممكنة :

[(أ_ ← أ) ≡ أ]

هذا الأمر موضح في الجدول التالي :

[(أ_ ← أ) ≡ أ]	أ
F F T (F) T	T
T T F (F) F	F

أما القضية التالية ، فتعد عارضة لاحتمال صدقها واحتمال بطلانها اللذين يتمثلان

في وجود خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (T) لها ، وفي وجود خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (F) .

أ	ب	ـ (ب ∧ أ)
T	T	T T T (F)
T	F	T F F (T)
F	T	F F T (T)
F	F	F F F (T)

وفي هذا الخصوص ، لا يفوتنا أن نؤكد على أن عدد الخطوط الأفقية التي تصدق فيها القضية العارضة ـ كعدد الخطوط الأفقية التي تبطل فيها ـ لا يؤثر إطلاقاً في كونها عارضة طالما كان هناك خط أفقي واحد على الأقل تصدق فيه وخط أفقي واحد على الأقل تبطل فيه . هكذا قد تتساوى قيم صدق القضية العارضة الصادقة في عددها مع قيم صدق القضية الباطلة ، وقد يفوق عدد أحدها الآخر ، وليس لنا أن نقرر أن كثرة عدد القيم الصادقة يرجح احتمال صدقها أو أن كثرة عدد القيم الباطلة يرجح بطلانها . وعلى وجه العموم فإن ترجيح احتمال صدق أية قضية شأن يخص المنطق الاستقرائي ولا يتعلق على وجه الاطلاق بالمنطق الاستنباطي .

ويجدر بنا أيضاً أن نشير إلى نوعية مقدمات البراهين ونتائجها قد تتعلق بسلامتها ؛ وعلى وجه الخصوص :

فإن تضمن البرهان لأية مقدمات متناقضة ـ مهما كان عددها ـ يضمن سلامته بغض النظر عن طبيعة مقدمات الأخرى وبغض النظر عن طبيعة النتيجة التي يفضي إليها . هكذا يكون بمقدور من يفترض صدق أية مقدمة متناقضة أن يخلص إلى ما شاء الخلاص إليه من نتائج وأن يستند في تقريرها على أية مقدمات أخرى . أما علة هذا الأمر فتتعلق بأن المقدمات المتناقضة باطلة بالتعريف ، ولأنها كذلك ، فلن يكون في وسعنا الحصول على خط أفقي تصدق فيه جميع المقدمات وتبطل النتيجة ، الأمر الذي يضمن بدوره سلامة أي برهان يستند على مثل تلك القضايا .

أيضاً ، فإن خلاص أي برهان إلى أية نتيجة تكرارية يضمن بذاته سلامة هذا البرهان ، بغض النظر عما يستند إليه من مقدمات . إن استحالة بطلان نتيجة البرهان تستلزم منطقياً استحالة بطلان نتيجته في حال صدق مقدماته ؛ هذه مترتبة لمبدأ منطقي عام يقرر أن استحالة (سـ) تضمن استحالة (سـ و صـ) ، ومثال ذلك أن استحالة سقوط المطر في مكان ما تستلزم استحالة سقوط المطر والثلج معاً في ذلك المكان . ولأن استحالة بطلان نتيجة البرهان في حال صدق مقدماته تعني سلامة ذلك البرهان ، فإن تكرارية نتيجته تضمن سلامته .

يبقى أن نشير إلى أن كون القضية تكرارية يستلزم تناقض عكسها ، وإلى أن نقيض أية قضية متناقضة يعبر بالضرورة عن قضية تكرارية . وبالطبع ، فإن هذا الأمر راجع إلى أن نقيض (أو عكس) القضية يعكس جميع قيم صدقها المحتملة . ولاعتبارات مشابهة ، فإن نقيض أية قضية عارضة يعبر عن قضية عارضة . فضلاً عن ذلك ، فإن وصل أية قضية متناقضة مع أية قضية ـ مهما كان نوعها ـ يعبر عن قضية متناقضة ، كما أن فصل أية قضية تكرارية مع أية قضية ـ مهما كان نوعها ـ يعبر عن قضية متناقضة ، كما أن فصل أية قضية تكرارية مع أية قضية ـ مهما كان نوعها ـ يعبر عن قضية تكرارية . في المقابل ، فإن وصل القضية العارضة بقضية عارضة قد ينتج عنه قضية عارضة ، مثل (أ ∧ ب) ، وقد ينتج عنه قضية متناقضة ، مثل (أ ∧ ـأ) ؛ وعلى نحو مماثل فإن الفصل بين قضيتين عارضتين قد ينتج عنه قضية عارضة أخرى ، مثل (أ ∨ أ) ، وقد ينتج عنه قضية تكرارية ، مثل (أ ∨ ـأ) . وأخيراً ، فإن القضية الشرطية التي تتكون مقدمتها من قضية متناقضة تعد قضية تكرارية ، كما أن القضية الشرطية التي تتكون نتيجتها من قضية تكرارية تعد قضية تكرارية . أما إذا كانت مقدمة القضية الشرطية تكرارية ، وكانت نتيجتها متناقضة ، فإنها تعد قضية متناقضة .

* * *

تحديد العلاقات بين القضايا في نسق جداول الصدق القضوي :

أسلفنا في الفصل الأول أن هناك أنواعاً متعددة من العلاقات المنطقية التي يمكن أن تقوم بين أي زوجين من القضايا ، وقد قمنا بطرح تعريف عام لكل نوع

من تلك الأنواع . هنا أيضاً نجد أن تلك التعريفات لا تحدد السبل التي تنتهجها مختلف الأنساق المنطقية للبت في أمر طبيعة العلاقات القائمة بين القضايا ، وهذا أمر يستوجب وجود تعريفات خاصة بكل نسق . في هذا السياق ، نطرح التعريفات التي يعتد بها « ن ج ص » ، ونضرب أمثلة توضح سبل تطبيقها :

علاقة الاستلزام المنطقي :

تستلزم القضية (س) منطقياً القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للقضية (س) والقيمة الصدقية (F) للقضية (ص) .

القضية (أ ∧ ب) تستلزم القضية (أ) ، وبوجه عام ، تستلزم أية قضية وصلية كل جزء من جزئيها :

أ	ب	(أ ∧ ب)	أ
T	T	(T)	(T)
T	F	(F)	(T)
F	T	(F)	(F)
F	F	(F)	(F)

ليست هناك أية قيمة صدقية تعين القيمة (T) للقضية الوصلية (أ ∧ ب) والقيمة (F) للقضية (أ) ، الأمر الذي يعني ـ حسب التعريف المطروح ـ أن (أ ∧ ب) تستلزم منطقياً القضية (أ) .

في المقابل ، فإن القضية (أ) تعجز عن استلزام القضية الوصلية (أ ∧ ب) ، وذلك على اعتبار وجود خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (T) للقضية (أ) والقيمة الصدقية (F) للقضية الوصلية (أ ∧ ب) ، كما هو موضح في الخط الأفقي الثاني .

بيد أن هذا لا يعني عجز كل قضية عن استلزام أية قضية وصلية تصل بينها وبين قضية أخرى . وعلى سبيل المثال ، نجد أن القضية (س) تستلزم القضية

الوصلية [س ∧ (س ∨ ــ س)] ، كما هو مبين في الجدول التالي :

س	س	[س ∧ (س ∨ س)]
T	(T)	(T)
F	(F)	(T)

والواقع أن قدرة القضية الأولى على استلزام القضية الوصلية الثانية راجع إلى كون القضية الثانية عبارة عن قضية تكرارية .

● القضيــة (س ≡ ص) تستلزم ـ وليست مستلزمة من قبل ـ القضيــة (ــ س ∨ ص) ، كما هو موضح في الجدول التالي :

س	ص	(س ≡ ص)	(ــ س ∨ ص)
T	T	(T)	(T)
T	F	(F)	(F)
F	T	(F)	(T)
F	F	(T)	(T)

هنا نجد أنه ليس هناك أي خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للقضية الأولى والقيمة الصدقية (F) للقضية الثانية ، الأمر الذي يعني أن (س ≡ ص) تستلزم (ــ س ∨ ص). وكما يبين الجدول نفسه، فإن القضية الثانية لا تستلزم القضية الأولى ، وذلك على اعتبار أن الخط الأفقي الثالث يحدد القيمة الصدقية (T) للقضية (ــ س ∨ ص) والقيمة الصدقية (F) للقضية (س ≡ ص) .

● القضية ـ (س ∨ ص) تستلزم القضية (ــ س ∧ ــ ص) ، وفي الوقت نفسه ، فإن القضية (ــ س ∧ ــ ص) تستلزم القضية ـ (س ∨ ص) .

$(\sim س \wedge \sim ص)$	$\sim (س \vee ص)$	ص	س
(F)	(F)	T	T
(F)	(F)	F	T
(F)	(F)	T	F
(T)	(T)	F	F

هنا نجد أنه ليست هناك أية قيمة صدقية تحدد قيمة لإحدى هاتين القضيتين تختلف عن القيمة التي تحددها للقضية الأخرى ، الأمر الذي يعني أن كلا منهما تستلزم الأخرى .

● سلامة البرهان التالي :

(س ← ص)

س

―――

∴ ص

تعني - من جملة ما تعني - أن القضية التي تصل بين مقدمتيه - أي القضية [(س ← ص) ∧ س] - تستلزم نتيجته ، وهذا أمر يسري على جميع البراهين السليمة .

فضلاً عن ذلك ، فإن القضية المتناقضة تستلزم أية قضية مهما كانت هويتها المنطقية ، كما أن القضية التكرارية مستلزمة من قبل أية قضية بغض النظر عن طبيعتها . المثلان التاليان يوضحان هذا الأمر الذي نترك شأن تسويغه للقارىء :

● القضية (س ∧ ~س) قضية متناقضة ، ولذا فإنها تستلزم (ص) على عدم وجود علاقة من حيث المحتوى بينهما :

س	ص	(س ∧ ـ س)	ص
T	T	(F)	(T)
T	F	(F)	(F)
F	T	(F)	(T)
F	F	(F)	(F)

واضح أن القضية (س ∧ س) قضية متناقضة ، وأنها لا تتعلق على وجه الإطلاق بالقضية (ص) ، الأمر الذي يعني - بوجوه عام - أن أيـة قضية متنـاقضة تستلزم منطقياً أية قضية بغض النظر عن دلالتها أو محتواها .

● وعلى نحو مماثل ، فإن القضية (س) تستلزم القضية التكرارية (ص ← ص) رغم عدم وجود علاقة بين دلاليتها :

س	ص	س	(ص ← ص)
T	T	(T)	(T)
T	F	(T)	(T)
F	T	(F)	(T)
F	F	(F)	(T)

● لاحظ أن استلزام (س) للقضية (ص) يضمن بذاتـه استلزام نقيض (ص) لنقيض (س) ؛ ومثـال ذلـك أن (ع) تستلزم (ـ ع ← ع)، ولـذا فـإن ـ (ـ ع ← ع) تستلزم (ـ ع) ، كما هو مبين في الجدولين التاليين :

ع	ع	(ـ ع ← ع)
T	(T)	(T)
F	(F)	(F)

ع	(ـ ع ← ع)	ـ ع
T	(F)	(F)
F	(T)	(T)

● وكمثال آخر للفكرة نفسها ، نجد أن القضية ـ (أ ← ب) تستلزم (ـ ب) ، كما نجد أن (ـ ـ ب) تستلزم ـ ـ (أ ← ب) ، كما هو مبين في الجدولين التاليين :

أ	ب	ـ (أ ← ب)	ـ ب
T	T	(F)	(F)
T	F	(T)	(T)
F	F	(F)	(T)
F	F	(F)	(T)

أ	ب	ـ ـ ب	ـ ـ (أ ← ب)
T	T	(T)	(T)
T	F	(F)	(F)
F	T	(T)	(T)
F	F	(F)	(T)

* علاقة التلازم المنطقي :

تتلازم القضية (س) منطقياً مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للقضية (س) والقيمة الصدقية (F) للقضية (ص) ، ولم يكن هناك خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للقضية (ص) والقيمة الصدقية (F) للقضية (س) .

واضح من هذا التعريف أن تلازم أية قضيتين وقف على تماهي قيم صدقهما ، وأن علاقة التلازم تعد أقوى ـ على المستوى المنطقي ـ من علاقة الاستلزام ؛ إذا كانت (س) تتلازم مع (ص) فإن هذا يعني أن (س) تستلزم

● استحالة أن تقوم علاقة التلازم بين أي نوعين مختلفين من القضايا ، فالقضايا العارضة لا تتلازم مع القضايا المتناقضة ، والقضايا المتناقضة لا تتلازم مع القضايا التكرارية ، والقضايا التكرارية لا تتلازم مع القضايا العارضة .

● وجوب أن تقوم علاقة التلازم بين أية قضيتين تكراريتين ، وأن تقوم بين أية قضيتين متناقضيتين . ومثال ذلك ، أن القضية التكرارية (أ ∨ ـ أ) تتلازم مع القضية التكرارية (أ ← ـ أ) ، كما أن القضية المتناقضة (أ ≡ ـ أ) تتلازم مع القضية المتناقضة (أ ∧ – أ) كما هو موضح في الجدولين التاليين :

أ	(أ ∨ ـ أ)	(أ ← أ)
T	(T)	(T)
F	(T)	(T)

أ	(أ ≡ ـ أ)	(أ ∧ ـ أ)
T	(F)	(F)
F	(F)	(F)

● قد تتلازم القضية العارضة مع قضية عارضة أخرى ، وقد لا تتلازم معها ؛ المثالان التاليان يوضحان هذا الأمر :

● القضية العارضة [أ ← (ب ← ع)] تتلازم منطقياً مع القضية العارضة [(أ ∧ ب) ← ع] ، وهذا ما يعرف باسم قانون التصدير (Exportation) :

أ	ب	ع	[أ ← (ب ← ع)]	[(أ ∧ ب) ← ع]
T	T	T	(T)	(T)
T	T	F	(F)	(F)
T	F	T	(T)	(T)
T	F	F	(T)	(T)
F	T	T	(T)	(T)
F	T	F	(T)	(T)
F	F	T	(T)	(T)
F	F	F	(T)	(T)

● على ذلك ، فإن القضية (سہ ٧ صہ) لا تتلازم القضية (سہ ← صہ) ، رغم أن كليهما عارض :

سہ	صہ	(سہ ٧ صہ)	(سہ ← صہ)
T	T	(T)	(T)
T	F	(T)	(F)
F	T	(T)	(T)
F	F	(F)	(T)

* علاقة التناقض المنطقي :

تتناقض (سہ) منطقياً مع القضية (صہ) إذا ـ وفقط إذا ـ لم تكن هناك أية قيمة صدقية تحدد القيمة (T) للقضية (سہ) والقيمة (T) للقضية (صہ) ، ولم تكن هناك أية قيمة صدقية تحدد القيمة (F) للقضية (سہ) والقيمة (F) للقضية (صہ) .

واضح من هذا التعريف أن علاقة التناقض هي عكس علاقة التلازم ؛ في التلازم تتحدد قيم الصدق ضرورة ، وفي التناقض يختلفان ضرورة ، كما هو مبين في الأمثلة التالية :

● تقوم علاقة التناقض بين القضيتين [أ ← (ب ← أ)] و[(أ ← ب) ≡ (أ ∧ ـ ب)] ، وبالجملة فإن علاقة التناقض تقوم بين أية قضية تكرارية وقضية متناقضة :

أ	ب	[أ ← (ب ← أ)]	[(أ ← ب) ≡ (أ ∧ ـ ب)]
T	T	(T)	(F)
T	F	(T)	(F)
F	T	(T)	(F)
F	F	(T)	(F)

● أيضاً ، فإن علاقة التناقض تقوم بين أية قضية وسالبها ، ومثال ذلك أن القضية (أ ≡ ب) تتناقض مع القضية ـ (أ ≡ ب) ، كما هو موضح في الجدول التالي :

أ	ب	(أ ≡ ب)	ـ (أ ≡ ب)
T	T	(T)	(F)
T	F	(F)	(T)
F	T	(T)	(F)
F	F	(T)	(F)

● بيد أن ذلك لا يعني أن علاقة التناقض تقوم ضرورة بين القضايا العارضة ؛ إنها تقوم ضرورة بين القضايا التكرارية والقضايا المتناقضة ، وبين أية قضية ـ مهما كان نوعها ـ وسالبها ، لكنها قد تقوم بين القضايا العارضة وقد لا تقوم بينها . المثالان التاليان يوضحان هذا الأمر الأخير :

القضية العارضة ـ (أ ← ب) تتناقض مع القضية العارضة (ـ أ ∨ ب) ، رغم أنها لا تتناقض مع القضية العارضة (أ ∨ ب) :

أ	ب	ـ (أ ← ب)	(ـ أ ∨ ب)	(أ ∨ ب)
T	T	(F)	(T)	(T)
T	F	(T)	(F)	(T)
F	T	(F)	(T)	(T)
F	F	(F)	(T)	F)

هنا نجد أن قيم الصدق الخاصة بالقضية العارضة ـ (أ ← ب) تختلف باستمرار عن قيم صدق القضية العارضة (ـ أ ∨ ب) ، الأمر الذي يعني أنهما قضيتان متناقضتان ، كما نجد أن قيم صدق كل من هاتين القضيتين العارضتين لا

تختلف باستمرار عن قيم صدق القضية العارضة (أ ∨ ب) ، الأمر الذي يعني أن علاقة التناقض لا تقوم بين أي منهما وبين هذه القضية الأخيرة .

● وأخيراً ، فإن قيام علاقة التلازم بين القضية (س) والقضية (ص) يستلزم قيام علاقة التناقض بين القضية (س) وسالب القضية (ص) ، قدر ما يستلزم قيام تلك العلاقة بين القضية (ص) وسالب القضية (س) . ومثال ذلك أن علاقة التلازم تقوم بين القضية (أ) والقضية (أ ∨ أ) ، وأن علاقة التناقض تقوم بين (أ) والقضية ـ (أ ∨ أ) من جهة ، وبين (ـ أ) والقضية (أ ∨ أ) من جهة أخرى :

أ	أ	(أ ∨ أ)
T	(T)	(T)
F	(F)	(F)

أ	أ	ـ (أ ∨ أ)
T	(T)	(F)
F	(F)	(T)

أ	ـ أ	(أ ∨ أ)
T	(F)	(T)
F	(T)	(F)

* علاقة التقابل :

تتقابل القضية (س) مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي خط أفقي يحدد القيمة الصدقية (T) للقضيتين (س) و(ص) ، وكانت هناك قيمة صدقية واحدة على الأقل تحدد القيمة (F) لهما .

● القضية العارضة (أ ∧ ـ ب) تتقابل مع القضية العارضة (ب ∧ ـ أ) ، كما هو موضح في الجدول التالي :

خطوطها الأفقية ، وهذا يضمن تحقق شرط التقابل الخاص بعدم وجود خط أفقي يعين القيمة الصدقية لها وللقضية العارضة . فضلاً عن ذلك ، فإن شرط التقابل الآخر متوافراً أيضاً ، وذلك على اعتبار احتمال بطلان القضية العارضة ووجوب بطلان القضية المتناقضة . المثال التالي يبين هذا الأمر :

● القضية (أ ≡ ـ أ) متناقضة ، ولذا فإنها تتقابل مع القضية العارضة (ـ أ) ، كما هو موضح في الجدول التالي :

أ	(أ ≡ ـ أ)	ـ أ
T	(F)	(F)
F	(F)	(T)

* علاقة الدخول تحت التقابل :

تدخل القضية (س) في التقابل مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك خط أفقي واحد على الأقل يعين القيمة الصدقية (T) للقضية (س) وللقضية (ص) ، ولم يكن هناك أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (F) لهما .

● القضية (أ ← ب)، وهي قضية عارضة، تدخل في التقابل مع القضية العارضة (ب ← أ) ، وذلك على اعتبار عدم وجود أي خط أفقي يبطلان فيه ، وعلى اعتبار وجود خط أفقي واحد على الأقل يصدقان فيه :

أ	ب	(أ ← ب)	(ب ← أ)
T	T	(T)	(T)
T	F	(F)	(T)
F	T	(F)	(F)
F	T	(T)	(T)

من البين أن القضية الأولى قضية تكرارية، وأن القضية الثانية ـ كأية قضية أولية ـ قضية عارضة. من البين أيضاً أن شرطي الدخول تحت التقابل قد توافرا هنا ، فليس هناك خط أفقي تبطلان فيه معاً ، وهناك خط أفقي واحد على الأقل تصدقان فيه معاً .

* وبطبيعة الحال ، قد لا تقوم أية علاقة منطقية من العلاقات التي أتينا على ذكرها بين أي عدد من أزواج القضايا . اعتبر على سبيل المثال القضيتين التاليتين :

ـ (أ ∨ أ) ، (ـ ب ∧ ـ ب)

إذا قمنا بتحديد القيم الصدقية المحتملة لهاتين القضيتين ، وجدنا ما يلي :

أ	ب	ـ (أ ∨ أ)	(ـ ب ∧ ـ ب)
T	T	(F)	(F)
T	T	(T)	(F)
F	F	(T)	(T)
F	F	(F)	(T)

بتطبيق التعريفات الخاصة بنسق جداول الصدق ، نكتشف أن :

- القضيـة ـ (أ ∨ أ) لا تستلزم القضية (ـ ب ∧ ـ ب) ، وهـذا ما يقـرره الخط الأفقي الثالث .
- القضية (ـ ب ∧ ـ ب) لا تستلزم القضية ـ (أ ∨ أ) ، وهـذا ما يقـرره الخط الأفقي الثاني .
- عدم قيام علاقة الاستلزام بين هاتين القضيتين يضمن عدم قيام علاقة التلازم بينهما .
- أيضاً ، فإن علاقة التناقض بينهما ليست قائمة ، وهذا ما يقرره الخطان الأفقيان الأول والرابع .

وكما تبين القيمة الصدقية الأخيرة ، فإن هناك خطاً أفقياً تصدق فيه جميع أعضاء تلك الفئة ، وهذا ما يعنيه أمر اتساقها .

- في المقابل ، تعد الفئة { (أ ← ب) ، أ ، ـ ب } غير متسقة :

أ	ب	(أ ← ب)	أ	ـ ب
T	T	(T)	(T)	(F)
T	F	(F)	(T)	(T)
F	T	(T)	(F)	(F)
F	F	(T)	(F)	(T)

هنا نجد أنه ليس هناك أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لجميع أعضاء تلك الفئة ، وهذا بالضبط ما يعنيه أمر عدم اتساقها .

- لاحظ أن تضمن أية فئة لأية قضية متناقضة يضمن بذاته عدم اتساقها ؛ {(أ ∨ ـ أ)، أ} غير متسقة لمجرد تضمنها للقضية المتناقضة (أ ∧ ـ أ) ، كما هو موضح في الجدول التالي :

أ	(أ ∧ ـ أ)	أ
T	(F)	(T)
F	(F)	(F)

- على ذلك ، فإن تضمن أية فئة لأية قضية تكرارية لا يضمن بذاته اتساقها ؛ الفئة { (أ ∨ ـ أ) ، ب } متسقة وتتضمن قضية تكرارية ، رغم أن الفئة { (أ ∨ ـ أ) ، (أ ∨ ب) ، ـ أ ، ـ ب } تعد غير متسقة على تضمنها ذات القضية التكرارية .

- سلامة أي برهان تضمن بذاتها عدم اتساق الفئة المكونة من مقدماته وعكس نتيجته . إن سلامة البرهان تعني عدم وجود خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T)

لمقدماته والقيمة الصدقية (F) لنتيجته ، ومن ثم فإنها تعني عدم وجود خط أفقي يعين القيمة (T) لمقدماته والقيمة (T) لعكس نتيجته ، وهذا بالضبط ما يضمن عدم اتساق الفئة المكونة من تلك المقدمات وعكس النتيجة .

- تقابل (س) مع (ص) يضمن أيضاً عدم اتساق الفئة { س ، ص } ، وذلك على اعتبار أن تقابل أية قضيتين رهن بعدم وجود خط أفقي تصدقان فيه معاً . وعلى نحو مماثل ، فإن قيام علاقة الدخول تحت التقابل بين (س) و(ص) يضمن اتساق الفئة { س ، ص } ، وذلك على اعتبار أن قيام تلك العلاقة وقف على وجود خط أفقي تصدقان فيه معاً .

- ولاحظ أخيراً أن الفئة الخالية '∅' تعد غير متسقة ، وذلك على اعتبار أننا لن نتمكن من العثور على خط أفقي تصدق فيه جميع أعضائها البالغ عددها صفراً .

هكذا يتأتى لنا استعمال نسق جداول الصدق القضوي لتصنيف البراهين وتحديد هوية القضايا والفئات وتحديد العلاقات المنطقية القائمة بين القضايا . في الفصل القادم ، سوف نعنى بطرح نسق قضوي آخر وبتبيان قدرته على انجاز تلك المهام .

* * *

أسئلة الفصل الثاني

1 ـ رمز ـ مستعملاً لغة منطق القضايا ـ القضايا التالية :

- لا تنه عن خلق وتأتي مثله .
- كلكم راع ، وكل راع مسؤول عن رعيته .
- لـو كـان للذكـر الحكيم بقيـة   لم تـأت بعد رثيت في القـرآن .
- إذا قلت الحقيقـة ، فأنت ميت ، وإذا لم تقلهـا ، فأنت ميت ؛ فقلهـا ومت .
- شيئان يملآن نفسي إعجاباً ؛ النجـوم المعلقة فـوق رأسي ، والقانـون الأخلاقي في قلبي .
- ألفوا الكرى واستعذبوا الأحلاما .
- وإذا المنيــة أنشبت أظفـارهــا   ألفيت كــل تميمــة لا تـنفــع .
- هناك شخص واحد يفهمني ، وحتى ذلك الشخص لا يفهمني .
- « ما كان أبوك امرء سوء ، وما كانت أمك بغياً » .
- لا يؤمن أحدكم حتى يحب لأخيه ما يحب لنفسه .
- إن اللّه يحب إذا عمل أحدكم عملاً أن يتقنه .
- « ومن يتق اللّه يجعل له مخرجاً ، ويرزقه من حيث لا يحتسب » .
- ضـوء عينـاك أم همـا نجمتـان   كـلهم لا يــرى وأنــت تــرانـي

2 ـ حدد باستعمال نسق جداول الصدق هوية القضايا التالية ، مشيراً إلى روابطها الأساسية :

[أ ≡ ـ (ب ∨ أ)]

ـ (أ ← ـ أ)

[أ ← (ـ ب ← أ)]

(س ≡ ـ س)

[ـ (أ ∨ س) ≡ (ـ أ ∧ ـ س)]

[ل ← (ب ≡ ل)]

[ـ (ب ∨ ح) ← (ـ ب ← ح)]

[س ∨ (س ← ـ س)]

[(أ ∨ ـ أ) ≡ (ب ∧ ـ ب)]

3 ـ استعمل نسق جداول الصدق للبت في أمر سلامة البراهين التالية :

(أ ← ب)

(ب ← ع)

(أ ← ع)

(أ ← ب)

(أ ← ع)

(ب ← ع)

(س ≡ ص)

ـ (س ← س)

ـ ص

ـ (ك ∨ ل)

(ـ ل ← ع)

(ـ ك ← ع)

(ـ ع ← ع)

[ا ← (ب ← ا)]
(ب ≡ ا)
―――――
(ـ ب ∨ ا)

ـ (ك ← ع)
ـ (ك ← ع)
(ع ← هـ)
[ك ← (ـ هـ ← هـ)]
―――――
(هـ ∨ هـ)

4 ـ حدد العلاقة القائمة بين كل قضية وقرينتها :

ب ، (ـ ا ← ب)
[ا ∨ (ا ← ـ ب)] ، [ب ∧ (ا ← (ا ∨ ـ ا))]
(س ≡ ص) ، (ص ← س)
(ـ ب ← ـ ا) ، (ـ ب ∨ ا)
(ب ≡ ـ ـ س) ، (ص ≡ ـ ـ س)
(ـ هـ ∨ ـ م) ، ـ (هـ ∨ م)
ـ (هـ ∧ م) ، (ـ هـ ∧ م)
(ا ∧ ـ هـ) ، [هـ ∧ ((ا ∧ ـ ا) ≡ ا)]
[ا ← (ب ← ع)] ، [ا ← ع] ،

5 ـ صنف الفئات التالية إلى فئات متسقة وفئات غير متسقة :

{(ا ≡ ب) ، ا ، ب}
{(ا ← ب) ، ـ ب ، ـ ا}
{(س ∨ ص) ، ـ ص ، (س ← ص)}
{(ب ∨ هـ) ، ب ، ـ هـ}
{(ب ≡ ل) ، (ب ← ل) ، (ـ ب ← ـ ل) ، ـ ل}
{هـ}
'∅'

6 ـ برهن على ما يلي مستعملاً تعريفات المفاهيم الخاصة بنسق جداول الصدق :

- إذا كان البرهان فاسداً ، فإن الفئة المكونة من مقدماته وعكس نتيجته تعد متسقة .
- إذا كانت القضية تكرارية ، تناقضت مع أية قضية متناقضة ، ودخلت في التقابل مع أية قضية عارضة .
- إذا كانت القضية متناقضة ، تناقضت مع أية قضية تكرارية ، وتقابلت مع أية قضية عارضة .
- إذا تضمنت الفئة قضية تناقض قضية تكرارية ، توجب أن تكون غير متسقة .
- إذا قامت علاقة التقابل بين أية قضيتين ، استحال قيام علاقة الدخول تحت التقابل بينهما .
- إذا كانت القضية أولية ، فهي عارضة بالضرورة
- إذا كان البرهان فاسداً ، عجز وصل مقدماته عن استلزام نتيجته .

7 ـ عرف المفاهيم التالية موضحاً إياها بأمثلة مخالفة لتلك التي تم نقاشها :

- البرهان الفاسد .
- الدالة الصدقية .
- الرابط الأساسي .
- القضية العارضة .
- الدخول تحت التقابل .
- علاقة التلازم .
- الخط الأفقي .
- الفئة المتسقة .

8 ـ ضع علامة (√) أمام القضايا التي تعتد بصدقها :

- صحة البرهان رهن بسلامته ، وسلامته شرط كاف لصحته .
- القضايا العارضة متلازمة .
- اتساق الفئة يضمن صدق أحد أعضائها على أقل تقدير .
- عدم اتساق الفئة يضمن بطلان أحد أعضائها على أقل تقدير .
- تضمن البرهان لأية مقدمة تكرارية شرط كاف لسلامته .
- في البرهان السليم ، صدق المقدمات يضمن صدق النتيجة ، وفي البرهان الفاسد ، صدق المقدمات يضمن بطلانها .
- إذا دخلت (س) في التقابل مع (ص) ، وتناقضت (ص) مع (ع) ، فإن (س) تستلزم (ع) بالضرورة .
- إذا كانت (س) تتقابل مع (ص) فإن البرهان الذي يستند على (س) ويخلص إلى (ص) يعد فاسداً .

* * *

الفصل الثالث

نسق الشجرة القضوي

- قواعد النسق الاشتقاقية .
- اتساق الفئات في نسق الشجرة القضوي .
- تصنيف البراهين في نسق الشجرة القضوي .
- تحديد أنواع القضايا في نسق الشجرة القضوي .
- تحديد العلاقات بين القضايا في الشجرة القضوي .
- أسئلة الفصل الثالث .

أسلفنا في الفصل الثاني أن نسق جداول الصدق لا يتفرد في القدرة على تصنيف البراهين والفئات وتحديد أنواع القضايا والعلاقات التي يمكن أن تقوم بينها . في هذا الفصل ، سوف نعني بطرح نسق تعارف المناطقة على تسميته بنسق الشجرة (The Tree Method) ، وهو اسم يعكس الشكول التي تصور سبل تعامل هذا النسق مع القضايا وكيفية تحليلها عبر قواعده .

والواقع أن « ن ج صه » يواجه مشكلة أساسية تتعين في الجهد والوقت اللذين يتطلبهما البيت في أمر بعض القضايا . وعلى وجه الخصوص ، فإن كثرة عدد القضايا الأولية التي تتكون منها بعض القضايا من شأنه أن يجعل حسم أمرها ـ الذي قد يتعلق بتحديد هويتها أو باتساق الفئات التي تنتمي إليها أو ما إلى ذلك ـ مرهقاً للغاية ومدعاة لارتكاب الأغلاط . ويكفي ـ على سبيل التوضيح ـ أن نشير إلى أن تحديد طبيعة القضية .

([(أ ∧ ب) ∨ ~ س] ← (ك ← (هـ ∨ م))]

يتطلب منا طرح جدول يتضمنّ أربعة وستين خطاً أفقياً ، وأن القضية التي تتضمن عشر قضايا تتطلب جدولاً يتضمن (1024) قيمة صدقية . فضلاً عن ذلك ، فإن ضرورة طرح نسق منطقي مخالف لنسق جداول الصدق ترجع إلى أن هناك مفاهيم منطقية أساسية ـ كمفهوم صحة الأنساق المنطقية ومفهوم تمامها ـ لا يتسنى تعريفها وتبيان دلالتها وأهميتها إلا بتوافر نسقين منطقيين على الأقل . وأخيراً ، فإن في استعراض أكثر من نسق منطقي ترسيخاً لفكرة أساسية مفادها أنه في حالة توافر أشراط بعينها ، يعد اختيار قواعد أي نسق أمراً اعتباطياً لا يمت لجوهر المنطق بصلة بل تحدده اعتبارات عملية وجمالية خالصة .

* * *

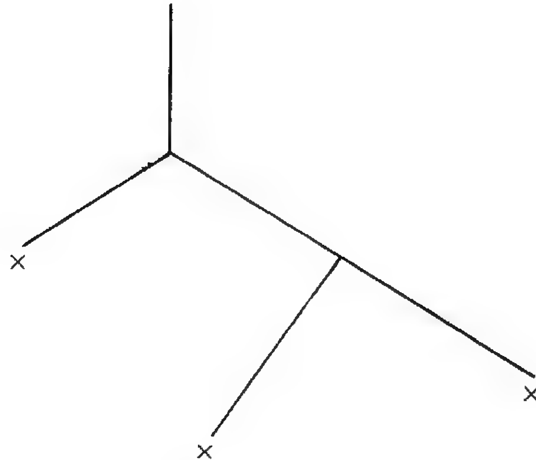
قواعد النسق الاشتقاقية :

يتبنى نسق الشجرة « ن ش » ذات اللغة التي يتبناها « ن ج صـ » . الخلاف الأساسي بينهما يتعلق بالتعريفات الخاصة التي يعتد بها كل منهما لتوضيح سبل تعاملهما مع البراهين والفئات والقضايا . بيد أن طرح التعريفات التي يعتد بها نسق الشجرة يتطلب بدوره الاتفاق على بعض المصطلحات التي نورد تعريفاتها في القائمة التالية :

* الشجرة المغلقة (Closed tree) : هي شجرة كل فروعها مغلقة .

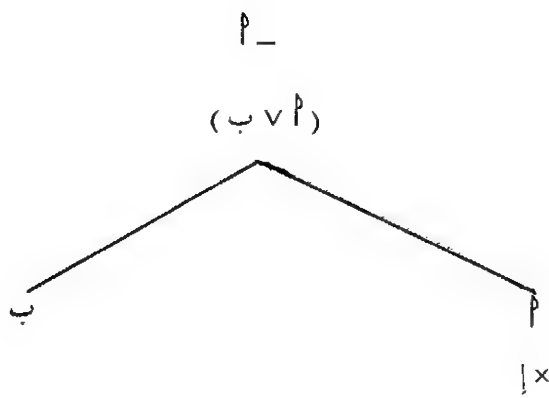
(ملاحظة : رمز الغلق هو العلامة (×)

شكل توضيحي :



* الفرع المغلق (Closed branch) : هو فرع ترد فيه قضيته ونقيضها .

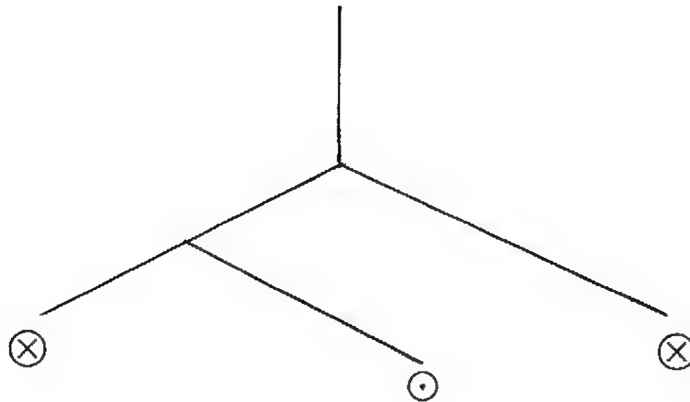
شكل توضيحي :



* الشجرة المفتوحة (Open tree) : هي شجرة بها فرع مفتوح واحد على الأقل .

(ملاحظة : رمز الفتح هو العلامة ⊙) .

(شكل توضيحي) .



* الفرع المفتوح (Open branch) : هو فرع يتوفر فيه شرطان :

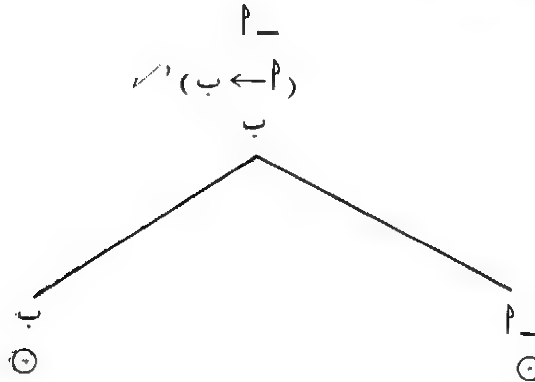
1 ـ ألا يكون مغلقاً (أي ليس به قضية ونقيضها)

2 ـ كل قضية فيه إما أن تكون :

- أولية موجبة (مثال : أ) ، أو
- أولية سالبة (مثال : ـ ب) ، أو
- قضية مركبة تم تحليلها باستعمال قواعد النسق الاشتقاقية .

ملاحظة : علامة تحليل القضايا المركبة هي الرمز ' ✓ ')

شكل توضيحي :



أما بخصوص قواعد النسق الاشتقاقية التي يتم تحليل القضايا المركبة ـ إلى وحداتها الأبسط ـ عن طريقها ، فإننا نجملها فيما يلي :

* قاعدة النفي المضعف (Double Negation) :

ـ ـ أ ✓

أ

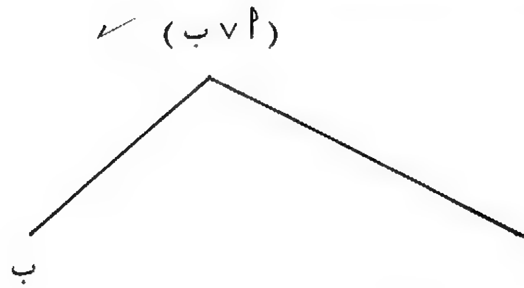
* قاعدة الوصل (Conjunction) :

(أ ∧ ب) ✓

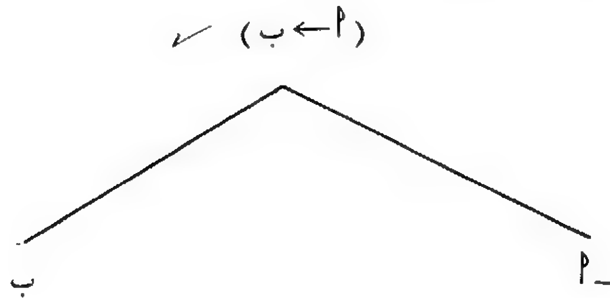
أ

ب

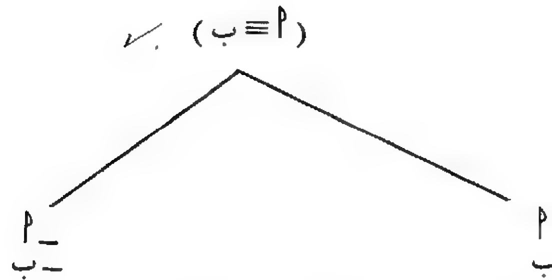
* قاعدة الفصل (Disjunction) :



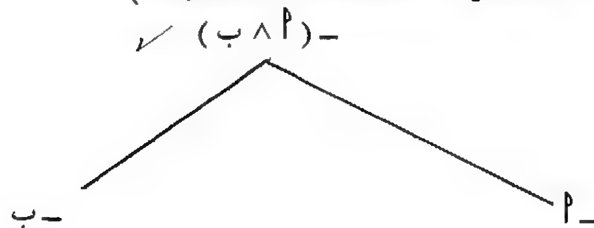
* قاعدة الشرط (Conditional) :



* قاعدة التكافؤ (Biconditional) :



* قاعدة سلب الوصل (Negation of Conjunction) :



* قاعدة سلب الفصل (Negation of Disjunction) :

ـ(أ ∨ ب) ✓

ـ أ

ـ ب

* قاعدة سلب الشرط (Negation of Conditional)

ـ (أ ← ب)

أ

ـ ب

* قاعدة سلب التكافؤ (Negation of Biconditional) :

ـ (أ ≡ ب)

أ	ب
ـ ب	أ

وبخصوص هذه القواعد نلاحظ الأمور التالية :

1 ـ أن القضايا الأولية الموجبة (مثل 'أ') والقضايا ا لأولية السالبة (مثل 'ـ أ') ليست قابلة للتحليل ، وذلك على اعتبار أنها تعبر في نسق الشجرة عن أبسط القضايا الممكنة . (لاحظ أن القضية الأولية السالبة لا تعد بسيطة بالنسبة لنسق جداول الصدق) .

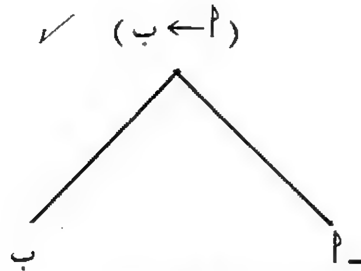
2 ـ أن القواعد التسع تستنفد جميع الاحتمالات المتعلقة بشكول القضايا المركبة والخاصة بروابطها الأساسية وبسلب تلك الروابط . بكلمات أوضح ، فإن القضية المركبة إما أن تكون وصلية موجبة أو وصلية سالبة ، أو فصلية موجبة أو

فصلية سالبة ، أو شرطية موجبة أو شرطية سالبة ، أو تكافؤية موجبة أو تكافؤية سالبة، أو تكون سلباً لقضية أولية سالبة، وكما هو واضح من صياغة تلك القواعد، فإن هناك قاعدة اشتقاقية خاصة بكل شكل من تلك الأشكال ، وبذا فإنه يتسنى لنسق الشجرة التعامل ـ عبر تلك القواعد ـ مع أنواع القضايا كافة .

3 ـ أن القواعد الاشتقاقية قد شكلت بطريقة تأخذ في اعتبارها دلالات رموز الدوال الصدقية التي يعتد بها نسق جداول الصدق ، وأن القضايا التي يتم تحليلها ويرمز إليها بالعلامة ' ✓ ' يستعاض عنها بقضايا تتكافأ منطقياً معها . الأمثلة التالية توضح هذا الأمر :

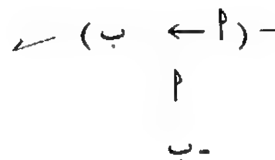
* في قاعدة السلب المضعف ، نستعيض عن سلب سلب القضية بالقضية في صورتها التي يتم فيها حذف رمزي السلب ، وفي هذا الحذف تعبير عن المبدأ المنطقي القائل بأن « سلب السلب إيجاب » ، وبالفكرة التي يؤكد عليها « ن ج صه » القائلة بأن رمز السلب يعكس قيم صدق القضايا وأن رمز السلب السالب يعيد تلك القيم إلى ما كانت عليه .

* قاعدة الشرط التي تقرر :



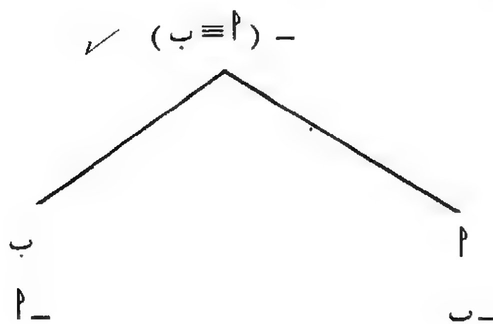
إنما تقرر أن صدق القضية الشرطية تتحقق في كل حالة تبطل فيها مقدمتها وفي كل حالة تصدق فيها نتيجتها، وهذا بالضبط ما تقرره دلالة الرمز ' ← ' في نسق جداول الصدق .

* قاعدة الشرط السالب :



إنما تعكس الفكرة القائلة بأن القضية الشرطية لا تبطل إلّا في حال صدق مقدمتها وبطلان نتيجتها .

* قاعدة سلب التكافؤ التي تقرر :



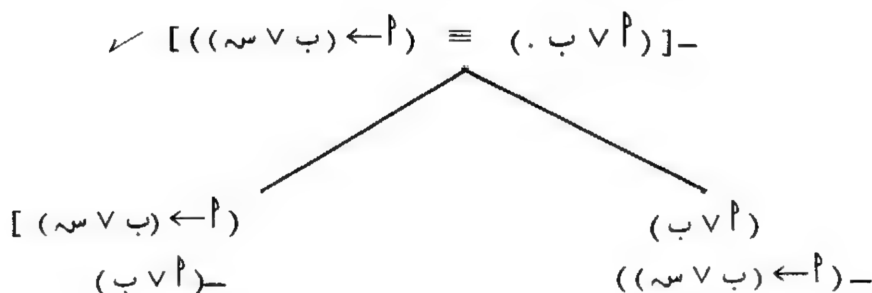
إنما تقرر أن هناك حالتين تبطل فيهما قضية التكافؤ :

صدق الجزء الأول منها وبطلان الثاني ، وصدق الثـاني وبطلان الأول ، وهذا تعبير عن المبدأ القائل بأن بطلان التكافؤ رهن باختلاف قيم صدق جزئية.

4 ـ أن القواعد الاشتقاقية التسع تنطبق على القضايا المركبة بغض النظر عن مدى تركيبها ، ومثال ذلك أنه بمقدورنا تطبيق قاعدة سلب التكافؤ على القضية :

ـ[(أ ∨ ب) ≡ (أ ← (ب ∨ س))]

وذلك على النحو التالي :

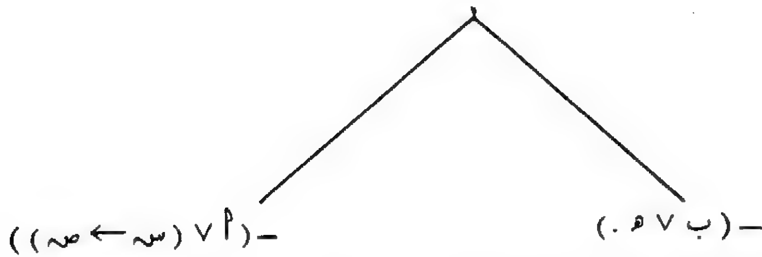


كما أنه بمقدورنا تطبيق قاعدة سلب الوصل على القضية .

−[(ب ∨ هـ) ∧ (أ ∨ (س ← ص))]

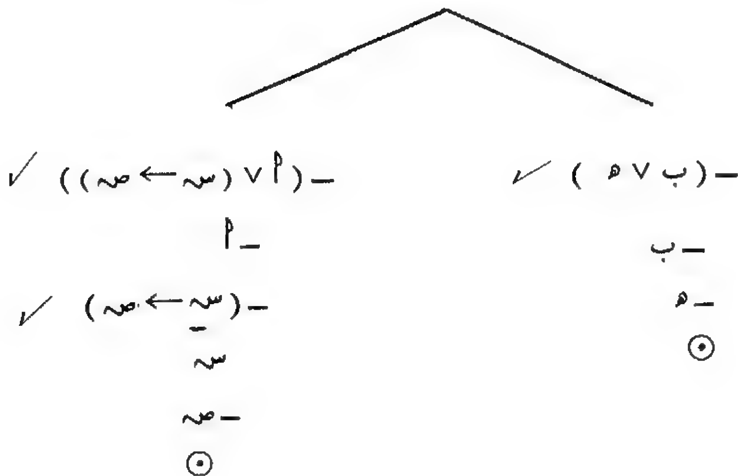
على النحو التالي :

−[(ب ∨ هـ) ∧ (أ ∨ (س ← ص))] ✓

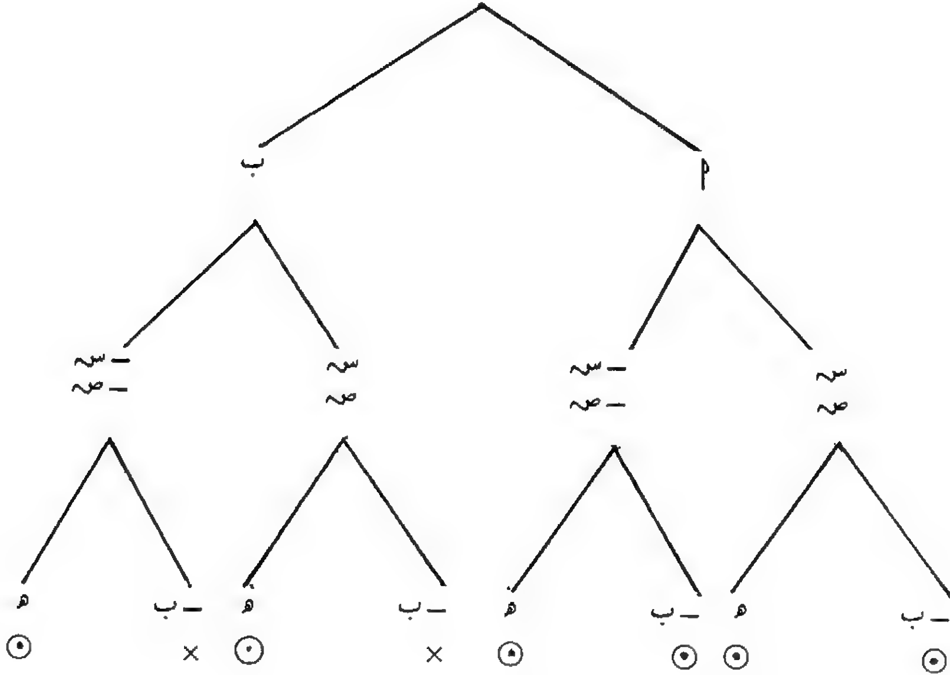


وإذا واصلنا عملية تحليل هذه القضية ، فسنحصل على الشجرة التالية :

−[(ب ∨ هـ .) ∧ (أ ∨ (س ← ص))] ✓



5 ـ أنه إذا تعددت الفروع المفتوحة فإنه يتعين تحليل كل قضية مركبة لم يتم تحليلها في كل فرع تنتمي إليه تلك القضية ، ومثال ذلك :



6 ـ يتعين باستمرار ـ درءً لتعقد الأشجار ـ البدء بتحليل القضايا التي يستعان في تحليلها بالقواعد غير المتفرعة ـ أينما وجدت ـ وتأجيل تحليل القضايا التي تسري عليها القواعد المتفرعة ، وهذا أمر سوف نعنى بتوضيحه بعد قليل .

7 ـ أنه بهذه القواعد التسع يتسنى لنسق الشجرة البت في أمر اتساق أية فئة من الفئات ؛ وفي واقع الأمر فإن هذا النسق قد أعدّ أصلاً لحسم هذا الأمر دون غيره . على ذلك ، وكما أسلفنا في الفصل الأول ، فإن قدرة أي نسق منطقي على البت في ذلك الأمر تضمن ـ بشكل غير مباشر ـ قدرته على تصنيف البراهين (إلى براهين سليمة وبراهين فاسدة) والقضايا (إلى قضايا تكرارية ومتناقضة وعارضة) وتحديد العلاقات المنطقية القائمة بينها (من حيث الاستلزام والتلازم والتناقض

والتقابل والدخول تحت التقابل) . وكما سوف نوضح في الفصل الخامس ، فإن هذه القدرة تتعلق بأمر صحة هذا النسق وتمامه .

8 ـ وأخيراً ، فإنه يتوجب علينا ألاّ نقوم بتطبيق أية قاعدة من قواعد النسق الاشتقاقية على مكونات أجزاء القضايا المركبة وأن نطبقها فحسب على القضايا المركبة معتدين فحسب بروابطها الأساسية أو بسلب تلك الروابط . وعلى سبيل المثال ، لا يتسنى لنا تطبيق قاعدة السلب المضعف على القضية :

[ـ ـ أ ∨ ب]

ولا يتسنى لنا تطبيق قاعدة سلب الشرط على القضية :

[أ ≡ (س ← ـ (ص ← ع))]

* * *

مفهوم الاتساق في نسق الشجرة القضوي :

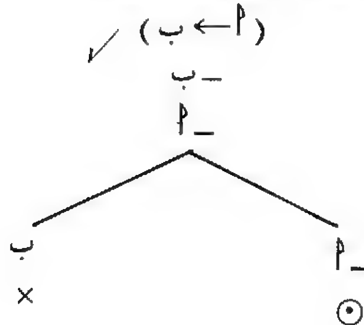
يعرف مفهوم الاتساق في هذا النسق على النحو التالي :

* تعد الفئة متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرتها مفتوحة (أي إذا كان بها فرع مفتوح واحد على الأقل) ، وتعد غير متسقة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرتها مغلقة (أي لم يكن بها أي فرع مفتوح) .

● اعتبر سبيل المثال الفئة التالية :

{ (أ ← ب) ، ـ ب ، ـ أ }

الشجرة التالية تبرهن على اتساق هذه الفئة :



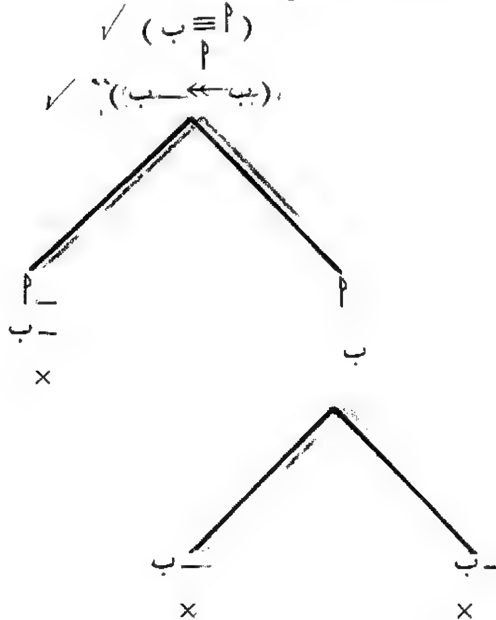
في هذه الشجرة هنالك فرع يتفرع إلى فرعين ، وبذلك الفرع قضية مركبة واحدة تم تحليلها ، وبتحليلها نتج فرعان ، فرع مغلق لتضمنه قضية وعكسها ، وفرع مفتوح لأنه يخلو من التناقض ، ولأن كل قضية فيه لا تخرج عن أن تكون إما أولية موجبة أو أولية سالبة أو مركبة تم تحليلها . ولأن وجود فرع مفتوح واحد على الأقل يعني أن الشجرة التي يتضمنها مفتوحة ، ولأن اتساق أية فئة رهن بكون شجرتها مفتوحة ، تعد الفئة سالفة الذكر فئة متسقة .

لاحظ أن كون الفرع مفتوحاً لا يتوقف على تضمنه على قضية مركبة تم تحليلها وقضية أولية موجبة وقضية أولية سالبة ؛ كل ما يتطلبه هو أن تكون كل قضية من قضاياه إما أن تكون قضية مركبة تم تحليلها أو قضية أولية موجبة أو قضية أولية سالبة . لهذا السبب ، قد يكون الفرع مفتوحاً على خلوه من أية قضية أولية موجبة ، كما هو الحال في مثالنا السابق ، وقد يكون كذلك على خلوه من أية قضايا أولية سالبة أو من أية قضايا مركبة .

● في المقابل ، تعد الفئة التالية فئة غير متسقة :

{ (أ ≡ ب) ، أ ، (ب ← ـ ب) }

الشجرة التالية توضح هذا الأمر :



هنا تم غلق جميع الفروع لتضمن كل منها لتناقض ، الأمر الذي يستلزم عدم اتساق تلك الفئة .

● أسلفنا منذ قليل أنه إذا تعددت الفروع المفتوحة قبل استكمال عملية تحليل كل القضايا المركبة ، توجب تحليل القضايا المركبة التي لم يتم تحليلها في جميع الفروع المفتوحة . المثال التالي يوضح هذه النقطة :

{ (أ ∨ ب) ، (ـ أ ← ب) ، ج ، ـ (أ ∧ ج) }

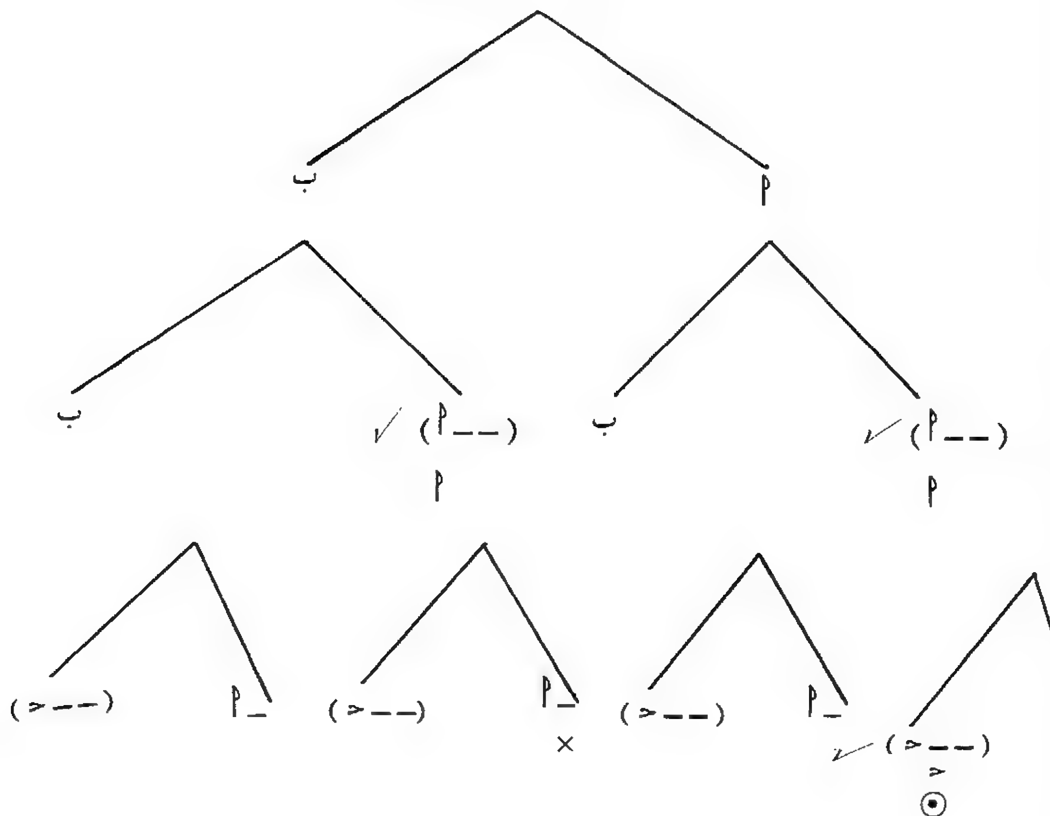
هذه فئة متسقة على اعتبار أن شجرتها مفتوحة :

(أ ∨ ب) ✓

(ـ أ ← ب) ✓

ج

ـ (أ ∧ ـ ج) ✓

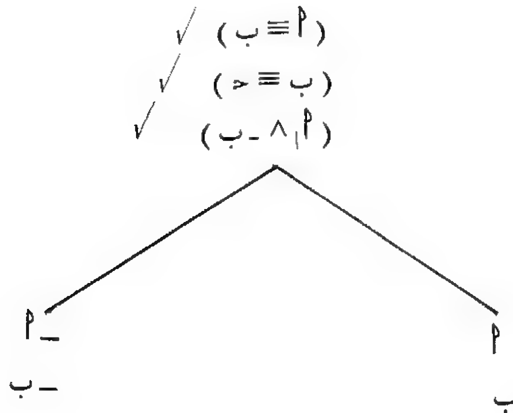


وكما يوضح المثال نفسه ، فإنه بمقدورنا إيقاف عملية تحليل القضايا المركبة (مثل القضية (ــ ــ حـ)) بمجرد حصولنا على فرع مفتوح واحد ، وذلك على اعتبار أن وجود ذلك الفرع يضمن بذاته اتساق الفئة ، بغض النظر ما إذا كانت الفروع الأخرى مفتوحة أو مغلقة .

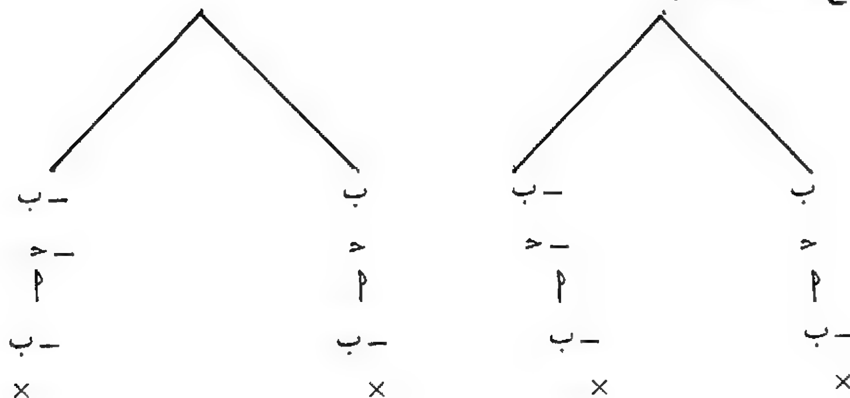
● أسلفنا أيضاً أن قواعد النسق الاشتقاقية التسع إما أن تكون قواعد متفرعة ـ أي قواعد ينتج عن تطبيقها فروع ـ أو قواعد غير متفرعة ـ لا ينتج عن تطبيقها أي فروع . القواعد المتفرعة هي قواعد الفصل والشرط والتكافؤ وسلب الوصل وسلب التكافؤ ، أما القواعد غير المتفرعة فهي قواعد السلب المضعف والوصل وسلب الفصل وسلب الشرط . ورغم أن ترتيب تحليل القضايا المركبة لا يؤثر إطلاقاً ـ من وجهة نظر منطقية ـ في طبيعة الحكم الذي نخلص إليه إزاء الفئة التي نعنى بحسم أمرها (بمعنى أنه لا يهم من وجهة النظر تلك بأية قضايا نبدأ تحليلنا وبأيها ننتهي ، طالما أننا قد قمنا بتحليلها جميعاً قبل تقرير كون الشجرة المعينة مفتوحة) ، نقول إنه رغم عدم أهمية ذلك الأمر ، إلا أن هناك ضرورة عملية (وجمالية) تستدعي وجوب البدء بتطبيق القواعد غير المتفرعة أينما أمكن ذلك ، وذلك درء للتكرار ودرء لتعقد وتشابك فروع الشجرة . المثال التالي يوضح هذه الملاحظة :

الفئة { (أ ≡ ب) ، (ب ≡ حـ) ، (أ ∧ ـ ب) } فئة غير متسقة ، وبمقدورنا البرهنة على اتساقها عبر أية شجرة من الشجرتين التالتيين :

(الشجرة الأولى)



(تابع الشجرة الأولى)



(الشجرة الثانية)

(أ ≡ ب) ✓

(ب ≡ ح)

(أ ∧ ـ ب) ✓

أ

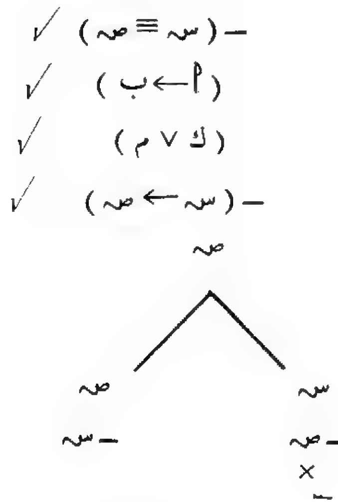
ـ ب

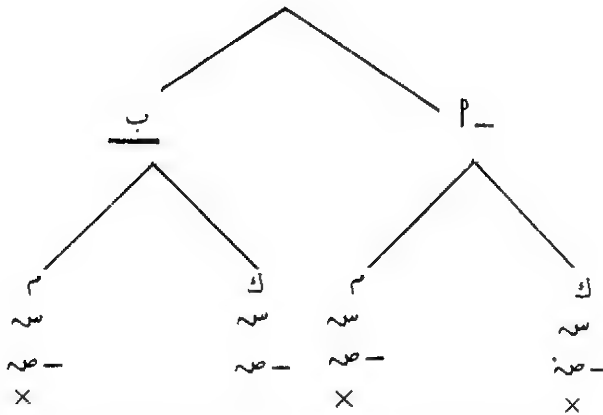
أ	ـ أ
ب	ـ ب
×	×

واضح أن الشجرة الثانية تعد أبسط بكثير من الشجرة الأولى ، والسبب في ذلك إنما يرجع إلى أننا بدأنا في تحليل الفئة في الشجرة الأولى حسب ترتيب أعضائها ، دون أن نهتم بأمر وجوب البدء بتطبيق القواعد غير المتفرعة ، وهذا هو الأمر الذي التزمنا به أثناء تحليلنا لذات الفئة في الشجرة الثانية . ولنتأكد من اتضاح هذه الفكرة ، نعطي مثالاً آخر :

● اعتبر الفئة { ـ (س ≡ ص) ، (أ ← ب) ، (ك ∨ م) ، ـ (س ← ص) ، ص } ؛ ثم قارن بين الشجرتين التاليتين :

(الشجرة الأولى)





(الشجرة الثانية)

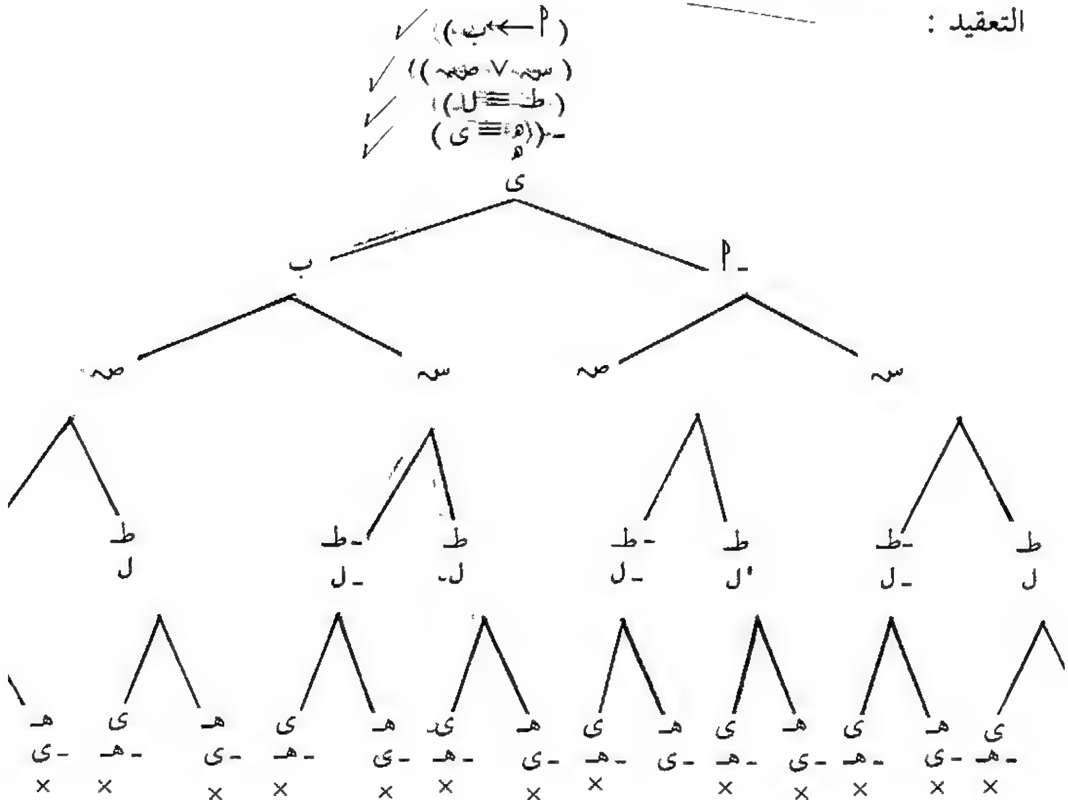
ـ (س ≡ ص)
(أ ← ب)
(ك ∨ م)
ـ (س ← ص)
ص
س
ـ ص
×

مرة أخرى نجد أن الشجرة التي ترسم بالبدء بتطبيق القواعد المتفرعة أكثر تشابكاً وتعقيداً من تلك التي ترسم بالبدء بتطبيق القواعد غير المتفرعة ، رغم أن الحكم الذي نخلص إليه في الحالين هو ذات الحكم . وكما توضح الشجرة الثانية ، فإنه بالإمكان غلق الشجرة على تضمنها لقضايا مركبة لم نقم بتحليلها ، وهذا راجع إلى تعريف الفرع المغلق الذي يعني فحسب بوجود قضية ونقيضها ، دون أدنى اعتبار لما إذا كانت هناك أية قضايا مركبة لم يتم تحليلها .

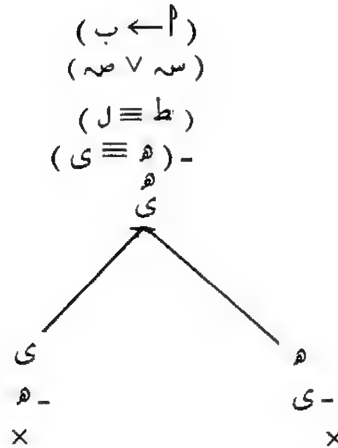
- قد تتضمن الفئة قضايا لا يمكن تحليلها إلاّ باستعمال القواعد المتفرعة ، لكنه يظل بمقدورنا اختيار قضية بعينها لنبدأ بها فنحصل على تناقض دون مدعاة لتحليل سائر القضايا ، الأمر الذي من شأنه أن يبسط شكل الشجرة . المثال التالي يوضح هذا الأمر : اعتبر الفئة :

{ (أ ← ب) ، (س ∨ ص) ، (ط ≡ ل) ، ـ(هـ ≡ ى) ، هـ ، ى }

في الشكل التالي نغفل الملاحظة السابقة فنحصل على شجرة غاية في التعقيد :



في المقابل ، تتضح بساطة الشجرة التالية التي تثبت نفس الأمر ، ألا وهو عدم اتساق الفئة السابقة :



هنا لاحظنا أن القضية الرابعة قابلة لأن تناقض القضيتين الخامسة والسادسة ، فبدأنا بتحليلها وحصلنا مباشرة على ذلك التناقض . هذا المثال الأخير يوضح أيضاً أن نسق الشجرة أبسط بكثير - على المستوى العملي - من نسق جداول الصدق ؛ ففي هذه الفئة هناك ثماني قضايا أولية ، ولذا فإن البت في أمر اتساقها يتطلب اعتبار (256) قيمة صدقية متمثلة في (256) خطاً أفقياً .

* * *

تصنيف البراهين في نسق الشجرة القضوي :

أعد نسق الشجرة أصلاً لتحقيق مهمة واحدة ، ألا وهي تصنيف الفئات إلى فئات متسقة (ذات أشجار مفتوحة) وفئات غير متسقة (ذات أشجار مغلقة) . بيد أن قدرة هذا النسق على حسم أمر الاتساق تضمن بشكل غير مباشر قدرته على القيام بسائر المهام التي تناط بالأنساق المنطقية (تصنيف البراهين إلى براهين سليمة وفاسدة ، تحديد أنواع القضايا ، وتبيان العلاقات القائمة بينها) .

هناك إذن خطوة أساسية يتعين القيام بها قبل اللجوء مباشرة إلى نسق

الشجرة ، ونعني بها تعريف كل مفهوم من المفاهيم المنطقية سالفة الذكر بطريقة تضمن قدرة ذلك النسق على تحديد ما صدقاتها . والواقع أن التعريفات التي كنا قد أتينا على ذكرها في الفصل الأول ـ حين تطرق بنا الحديث إلى مفهوم الاتساق ـ تنجز ذلك الأمر ، ولا يبقى لنا سوى تذكير القارىء بها :

* البرهان السليم :

يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من مقدماته وعكس نتيجته فئة غير متسقة .

* القضية التكرارية :

القضية (س) قضية تكرارية إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من نقيض (س) فئة غير متسقة .

* القضية المتناقضة :

القضية (س) قضية متناقضة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (س) فئة غير متسقة .

* القضية العارضة :

القضية (س) قضية عارضة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (س) فئة متسقة وكانت الفئة المكونة من نقيض (س) فئة متسقة أيضاً .

* الاستلزام المنطقي :

(س) تستلزم (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (س) ونقيض (ص) فئة غير متسقة .

* التلازم المنطقي :

(س) تتلازم مع (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكـونة من (س) ونقيض (ص) فئة غير متسقة ، وكانت الفئة المكونة من (ص) ونقيض(س) فئة غير متسقة أيضاً .

* التناقض المنطقي :

(سہ) تتناقض مع (صہ) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (سہ) و(صہ) فئة غير متسقة ، وكانت الفئة المكونة من نقيض (سہ) ونقيض (عَ) فئة غير متسقة أيضاً .

* التقابل :

(سہ) تتقابل مع (صہ) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونـة من (سہ) و(صہ) فئة غير متسقة ، وكانت الفئة المكونة من نقيض (سہ) ونقيض (سہ) فئة متسقة .

*الدخول تحت التقابل :

تدخل (سہ) في التقابل مع (صہ) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (سہ) و(صہ) فئة متسقة ، وكانت الفئة المكونة من نقيض (سہ) ونقيض (صہ) فئة غير متسقة .

لاحظ أننا طرحنا حتى الآن ثلاثة أنواع من التعريفات لكل مفهوم من هذه المفاهيم ، وأننا الآن بصدد طرح نوع رابع من التعريفات ؛ ولكي لا يختلط الأمر على القارىء يتعين علينا إعطاء مسمى خاص لكـل نوع منهـا ، وتبيان العـلاقة بينها .

هناك أولاً «تعريفات عامة»وهي تتخذ من مفهـومي الاحتمال والاستحـالة أساساً للتعريف ـ وهناك ثانياً « تعريفات الاتساق » التي تتخذ من مفهومي الاتساق وعدم الاتساق أساساً للتعريف ـ وهناك ثالثاً « تعريفات نسق جداول الصدق » التي تعتمد على مفهوم القيم الصدقية الصادقة والباطلة (أو مفهوم الخطوط الأفقية) ـ وهناك رابعاً وأخيراً « تعريفات نسق الشجرة » التي تعتمد على النوع الثالث من التعريفات وتعول على مفهومي الأشجار المغلقة والأشجار المفتوحة .

على هذا الاختلاف ، فإن مركز عود تلك التعـريفات واحـد ، ولذا فـإنه بالمقدور الاعتماد على النوع الأول من التعريفات مع إجراء تعديلات من القبيل الموضح في الجدول التالي :

تعريفات النوع الأول	تعريفات النوع الثاني	تعريفات النوع الثالث (ن ح صه)	تعريفات النوع الرابع (ن ش)
« يستحيل » ⇐	« فئة غير متسقة » ⇐	« ليس هناك خط أفقي » ⇐	« شجرة مغلقة »
« يحتمل » ⇐	« هناك خط أفقي واحد على الأقل » ⇐	« فئة متسقة » ⇐	« شجرة مفتوحة »
أمثلة : القضية المتناقضة قضية يستحيل صدقها .	القضية المتناقضية قضية ذات فئة غير متسقة	تكون القضية متناقضة إذا لم يكن هناك أي خط أفقي تصدق فيه	القضية المتناقضة قضية ذات شجرة مغلقة
يكون البرهان غير سليم إذا احتمل صدق مقدماته وبطلان نتيجته	يكون البرهان غير سليم إذا كانت الفئة المكونة من مقدماته ونقيض نتيجته فئة متسقة	يكون البرهان غير سليم إذا كان هناك خط أفقي واحد على الأقل تصدق فيه المقدمات وتبطل النتيجة .	يكون البرهان غير سليم إذا كانت شجرة الفئة المكونة من مقدماته ونقيض نتيجته فئة ذات شجرة مفتوحة .
تستلزم (سه) القضية (صه) إذا استحال صدق (سه) وبطلان (صه) .	تستلزم (سه) القضية (صه) إذا كانت الفئة المكونة من (سه) ونقيض (صه) فئة غير متسقة .	تستلزم (سه) القضية (صه) إذا لم يكن هناك أي خط أفقي تصدق فيه (سه) وتبطل (صه) .	تستلزم (سه) القضية (صه) إذا كانت الفئة المكونة من (سه) ونقيض (صه) فئة ذات شجرة مغلقة.

بناء على ذلك ، فإن تعريف البرهان السليم الخاص بنسق الشجرة يقرر ما يلي :

*يعد البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الشجرة الخاصة بالفئة المكونة من

مقدمات البرهان ونقيض نتيجته شجرة مغلقة ، ويكون غير سليم إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الشجرة الخاصة بتلك الفئة شجرة مفتوحة .

الأمثلة التالية تبين كيفية تطبيق هـذا التعريـف عبـر استعمال قـواعد نسق الشجرة الاشتقاقية .

•

ـ (أ ≡ هـ)

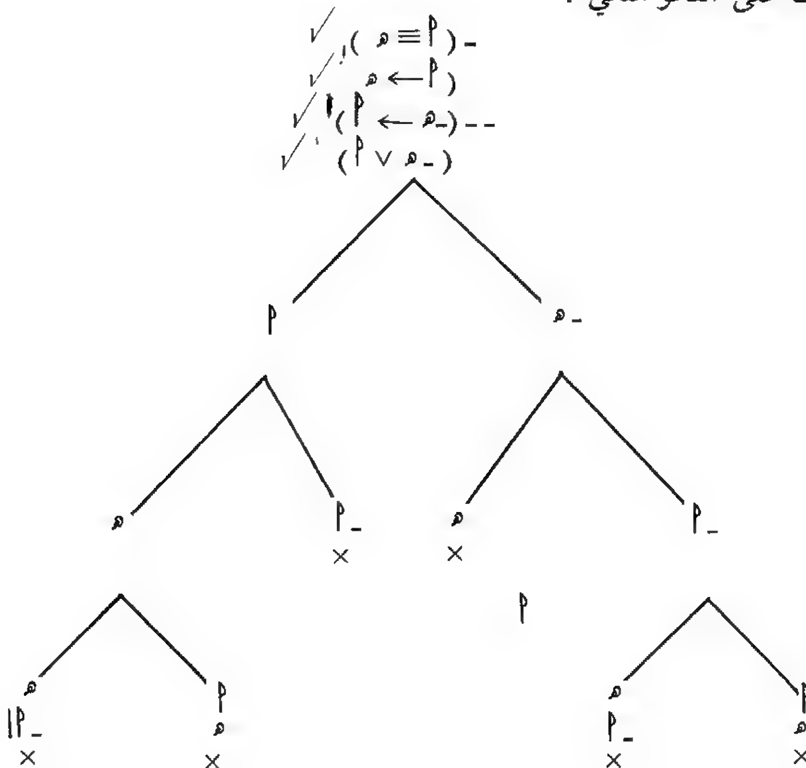
(أ ← هـ)

ـ (ـ هـ ∨ أ)

الخطوة الأولى التي يتعين اتخاذها في هذا السياق تتحدد في تكوين فئة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته :

{ ـ (أ ≡ هـ) ، (أ ← هـ) ، ـ ـ (هـ ∨ أ) }

بعد ذلك نقوم باستعمال قواعد نسق الشجرة للبت في أمر اتساق هذه الفئة ، وذلك على النحو التالي :



وأخيراً ، نقرر ما يلي :

- الشجرة الخاصة بالفئة المكونة من مقدمات البرهان وعكس نتيجته شجرة مغلقة (على اعتبار أن جميع فروعها مغلقة) .
- إذن ، الفئة المكونة من مقدمات البرهان وعكس نتيجته فئة غير متسقة .
- إذن ، البرهان الأصلي سليم .
- (هـ ← ك)

(هـ ∧ ـ ع)

(ع ← ـ ك)

الفئة المكونة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته تتكون مما يلي :

{ (هـ ← ك) ، (هـ ∧ ـ ع) ، ـ (ع ← ـ ك) }

شجرة تلك الفئة مغلقة كما هو موضح في التالي :

(هـ ← ك)

(هـ ∧ ـ ع)

ـ (ع ← ـ ك)

هـ

ـ ع

ع

ـ ـ ك

×

(لاحظ كيف أننا قد توقفنا عن تحليل القضايا المركبة بمجرد حصولنا على تناقض يجعل الشجرة مغلقة) .

نخلص من هذا إلى القول بسلامة البرهان الأصلي (على اعتبار أن الشجرة الخاصة بالفئة المكونة من مقدماته ونقيض نتيجته شجرة مغلقة) .

- (أ ← ب)

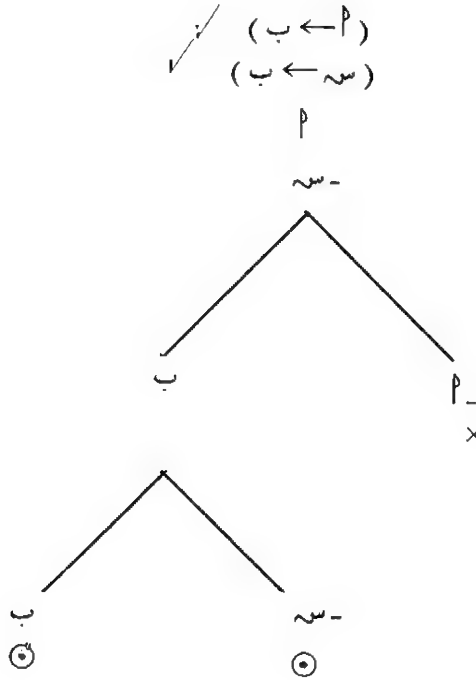
(س ← ب)

(أ ← س)

الفئة المتعلقة بهذا البرهان هي الفئة التالية :

{ (أ ← ب) ، (سـ ← ب) ، - (أ ← سـ) }

شجرة الفئة :



ومنها نخلص إلى القول بأن :

- شجرة الفئة المكونة من مقدمات البرهان وعكس نتيجته شجرة مفتوحة (لوجود فرع مفتوح واحد على الأقل بها) .
- إذن ، الفئة المعنية تعد متسقة .
- ولذا ، فإن البرهان الأصلي يعد فاسداً . وقد يلاحظ القارىء وجود تشابه كبير بين مفهوم الفرع المفتوح ومفهوم الخط الأفقي (أو القيم الصدقية) ، وقد يستنتج وجوب تساوي عدد الخطوط الأفقية التي تثبت فساد أي برهانٍ مع عدد الفروع المفتوحة التي تثبت الأمر نفسه . غير أن ذلك لا يعد استنتاجاً صحيحاً كما هو موضح في جدول الصدق التالي الذي يثبت فساد نفس البرهان :

أ	ب	سـ	(أ ← ب)	(سـ ← ب)	(أ ← سـ)	
T	T	T	(T)	(T)	(T)	
T	T	F	(T)	(T)	(F)	→
T	F	T	(F)	(F)	(T)	
T	F	F	(F)	(T)	(F)	
F	T	T	(T)	(T)	(T)	
F	T	F	(T)	(T)	(T)	
F	F	T	(T)	(F)	(T)	
F	F	F	(T)	(T)	(T)	

هناك في هذا الجدول خط أفقي واحد (هو الخط المشار إليه) تصدق فيه المقدمات وتبطل النتيجة ، في حين أن للشجرة المتعلقة بذات البرهـان فرعين مفتوحين . بيد أن ذلك لا يعني عدم وجود علاقة بين مفهوم الخط الأفقي ومفهوم الفرع المفتوح ؛ إذا نـظرنا إلى الفـرعين السابقين وجـدنا أنهمـا يتضمنان ذات القضايا الأولية (ألا وهي : أ ، ـ سـ ، ب) الأمر الذي يعني أنهما يشيران إلى تلك الحالة التي تصدق فيها (أ) و(ب) وتبـطل (سـ) ، ويقرران أن أعضـاء الفئة المعينة تصدق في تلك الحـالة وأن البـرهان المعني سيتضمن في نفس الحـالة مقدمات صادقة ونتيجة باطلة . وإذا فحصنا جدول الصدق السابق ، تبين وجود خط أفقي يعين القيم الصدقية التالية :

أ	ب	سـ
(T)	(T)	(F)

وأن ذلك الخط هو ذات الخط الذي يثبت فساد البرهان .

بمقدورنا الآن أن نحكم بوجه عام بإمكان تبيان القيم الصدقية التي يحتمل فيها صدق مقدمات البرهان وبطلان نتيجته بمجرد فحص الفروع المفتوحة الخاصة بفئة ذات البرهان أينما وجدت .

● وبالطبع ، فإن الأحكام التي سبق لنا تقريرها في الفصل الثاني بخصوص البراهين تسري على نسق الشجرة ؛ وعلى وجه الخصوص :

* إذا تضمن البرهان في مقدماته أية قضية متناقضة ، فسيكون سليماً بالضرورة .

* إذا خلص البرهان إلى قضية تكرارية ضمن سلامته .

* إذا تقابلت مقدمة البرهان (الوحيدة) مع نتيجته ، ضمن فساده .

* أما إذا كانت تلك المقدمة تستلزم تلك النتيجة ، فسيكون سليماً بالضرورة .

* وأخيراً ، فإن كون وصل مقدمات البرهان يستلزم النتيجة يضمن سلامته .

● الأمثلة التالية توضح تلك الأحكام بالترتيب الذي ذكرن به :

● (أ ∧ ـ أ) (مقدمة متناقضة حسب « ن ج ص »)

(م ←)

(س ∨ ص)

شجرة البرهان :

(أ ∧ ـ أ) ✓

(م ← ك)

ـ(س ∨ ص)

أ

ـ أ

×

● (ك ← ع)

(ـ س ≡ ص)

ـ(ء ← ع)

(أ ← أ)

(النتيجة تكرارية حسب « ن ج ص »)

شجرة البرهان :

(ك ← ع)

(ـ س ≡ ص)

ـ (د ← ع)

ـ (أ ← أ) ✓

أ

ـ أ

×

• (أ ∧ ـ ب)

ـ (ـ ب ∨ أ)

(المقدمة تتقابل مع النتيجة حسب « ن ج ص »)

شجرة البرهان :

(أ ∧ ـ ب) ✓

ـ ـ (ـ ب ∨ أ) ✓

(ـ ب ∨ أ) ✓

أ

ـ ب

ـ ب   أ

⊙   ⊙

(أ ≡ ب)

(أ ← ب)

(المقدمة تستلزم النتيجة حسب « ن ج ص »)

تحديد أنواع القضايا في نسق الشجرة القضوي :

تقرر التعريفات التي يحدد بناء عليها أنواع القضايا في (ن ش) ما يلي :

* تعد القضية (سـ) قضية تكرارية إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرة الفئة { ـ سـ } مغلقة .

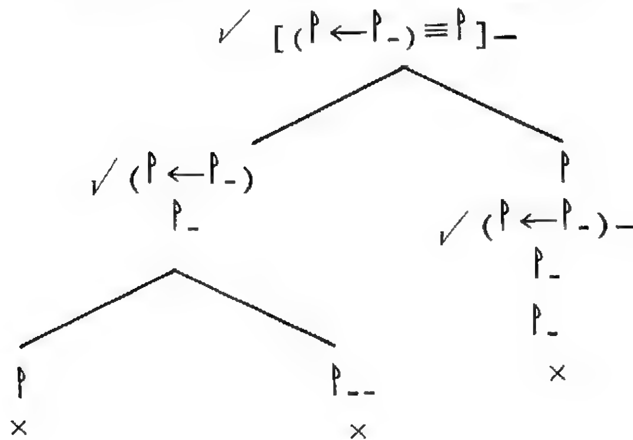
* تعد القضية (سـ) قضية متناقضة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجـرة الفئة { سـ } مغلقة .

* تعد القضية (سـ) قضية عارضـة إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجـرة الفئة { سـ } مفتوحة ، وكانت شجرة الفئة { ـ سـ } مفتوحة أيضاً .

الأمثلة التالية توضح الكيفيـة التي يتم بها استعمـال قواعـد نسق الشجرة لتحديد أنواع القضايا :

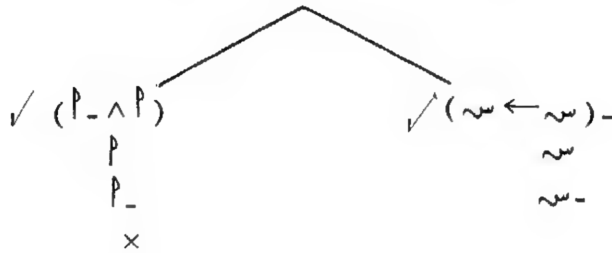
● [أ ≡ (ـ أ ← أ)]

هذه قضية تكرارية على اعتبار أن شجرة الفئة المكونة من نقيضها مغلقة :



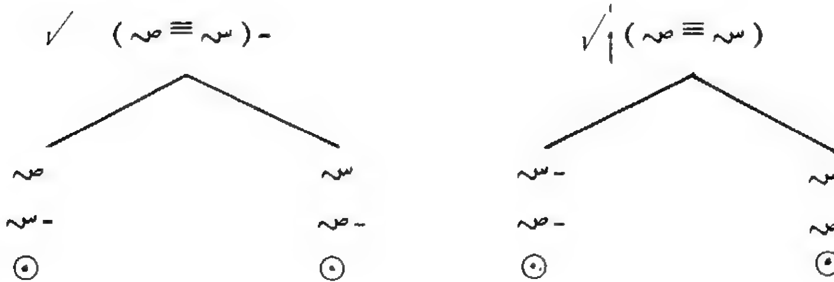
● [(سـ ← ـ سـ) ← (أ ∧ ـ أ)]

هذه قضية متناقضة على اعتبار أن شجرة الفئة المكونة منها مغلقة :



● (سـ ≡ صـ)

هـذه قضية عـارضة على اعتبـار أن شجرة فئتهـا ـ كشجرة فئـة نقيضهـا ـ مفتوحة :



● وفي هذا السياق نؤكد على أن الأحكام التي سبق لنا ذكرها بخصوص العلاقة بين أنواع القضايا تسري أيضاً على نسق الشجرة ؛ وعلى وجه الخصوص فإنه :

* إذا كانت القضية تكرارية ، فإن عكسها متناقض .

* إذا كانت القضية متناقضة ، فإن عكسها تكراري .

* إذا كانت القضية عارضة ، فإن عكسها عارض أيضاً .

* كل القضايا الأولية عارضة .

الأمثلة التالية توضح هذه الأحكام (حسب الترتيب الذي ذكرن به) :

● الـقـضـيـة [سـ ← (أ ∨ ـ أ)] تـكـراريـة ، ولـذا فـإنـه عـكـسـهـا

-[س ← (أ ∨ -أ)] متناقض . البرهنة على هذين الأمر لا تستدعي سوى الشجرة التالية :

-[س ← (أ ∨ -أ)] ✓1

س

-(أ ∨ -أ) ✓1

أ

-أ

×

● القضية [ك ∧ (ك ← -ك)] متناقضة ، ولذا فإن عكسها تكراري ، كما هو موضح في الشجرتين التاليتين :

[ك ∧ (ك ← -ك)] ✓

ك

(ك ← -ك) ✓

-ك   -ك

×   ×

--[ك ∧ (ك ← -ك)] 1 ✓

[ك ∧ (ك ← -ك)] ✓

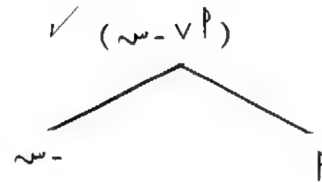
ك

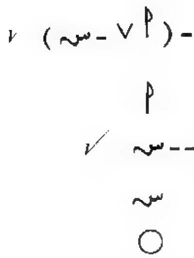
(ك ← -ك) ✓

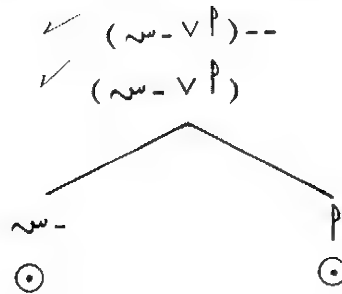
-ك   -ك

×   ×

● القضية (أ ∨ -أ) عارضة، وكذلك شأن نقيضها ، كما هو موضح في الأشجار التالية :

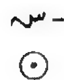






● وأخيراً، فإن كون القضية أولية موجبة ـ ككونها أولية سالبة ـ يضمن كونها عارضة ، كما هو موضح في الشجرتين التاليتين :





* * *

تحديد العلاقات بين القضايا في نسق الشجرة القضوي :

قلنا ـ في تعريفنا العام لمفهوم الاستلزام ـ إن القضية (س) تستلزم القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق (س) وبطلان (ص) كما قلنا في تعريف الاستلزام الذي يستند على مفهوم الاتساق إن (س) تستلزم (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من (س) ونقيض (ص) فئة غير متسقة . بمقدورنا الآن تعريف مفهوم الاستلزام في نسق الشجرة بالاستعاضة عن عبارة « فئة غير متسقة » بعبارة « شجرة مغلقة » وذلك على النحو التالي :

[(-س ∧ ك) ← -أ]

-(-أ ∨ س)

--أ ✓

-س ✓

أ

-أ ×　　　　(-س ∧ ك) ✓

-ك ⊙　　　　--س ×

● أيضاً فإن هناك جملة من الأحكام التي تسري على مفهوم الاستلزام في نسق الشجرة ـ قدر ما تسري عليه في سائر الأنساق المنطقية التي نعتد بها في هذا الكتاب ـ نذكر منها على وجه الخصوص أنه :

* إذا كانت (س) تستلزم (ص) ، فإن نقيض (ص) يستلزم نقيض (س) ، ومثال ذلك أن القضية (أ ∧ ب) تستلزم القضية (أ) :

(أ ∧ ب)

-أ ✓

أ

ب

×

ولذا فإن نقيض (أ) يستلزم نقيض (أ ∧ ب) :

-أ

--(أ ∧ ب) ✓

(أ ∧ ب) ✓

أ

ب

×

أما بخصوص مفهوم التلازم ففي وسعنا تعريفه في نسق الشجرة على النحو التالي :

* تتلازم (س) مع (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرة الفئة { س ، ـ ص } مغلقة ، وكانت شجرة الفئة { ص، ـ س } مغلقة أيضاً .

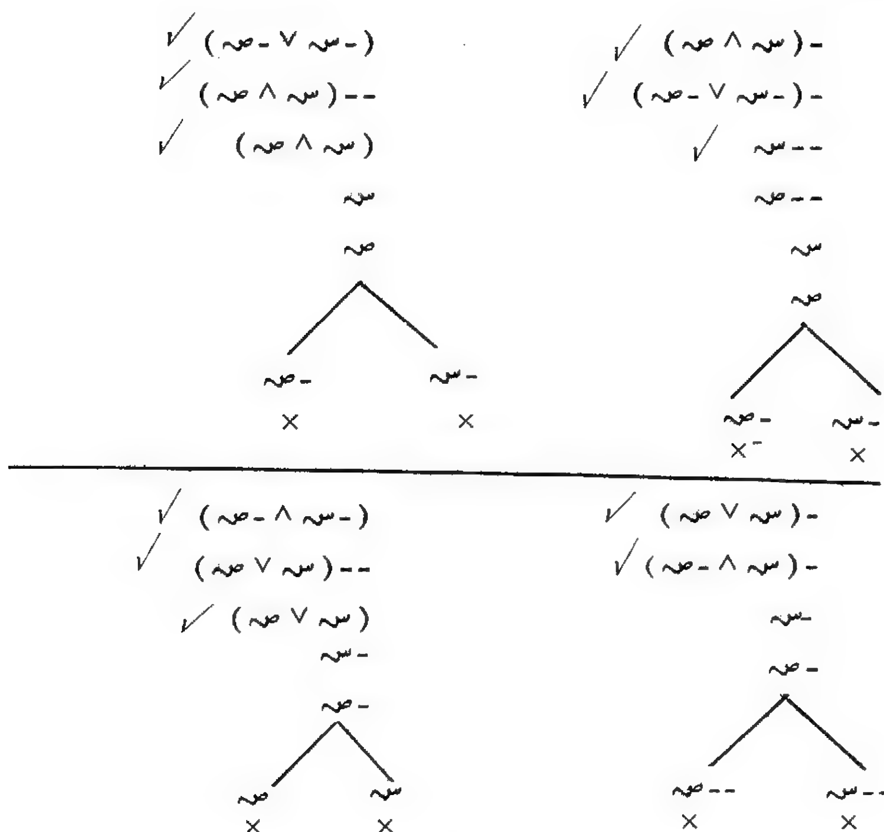
● هناك علاقة تلازم بين القضيتين :

ـ (س ∧ ص) ، (ـ س ∨ ـ ص)

كما تقوم تلك العلاقة بين القضيتين :

ـ (س ∨ ص) ، (ـ ∧ ص)

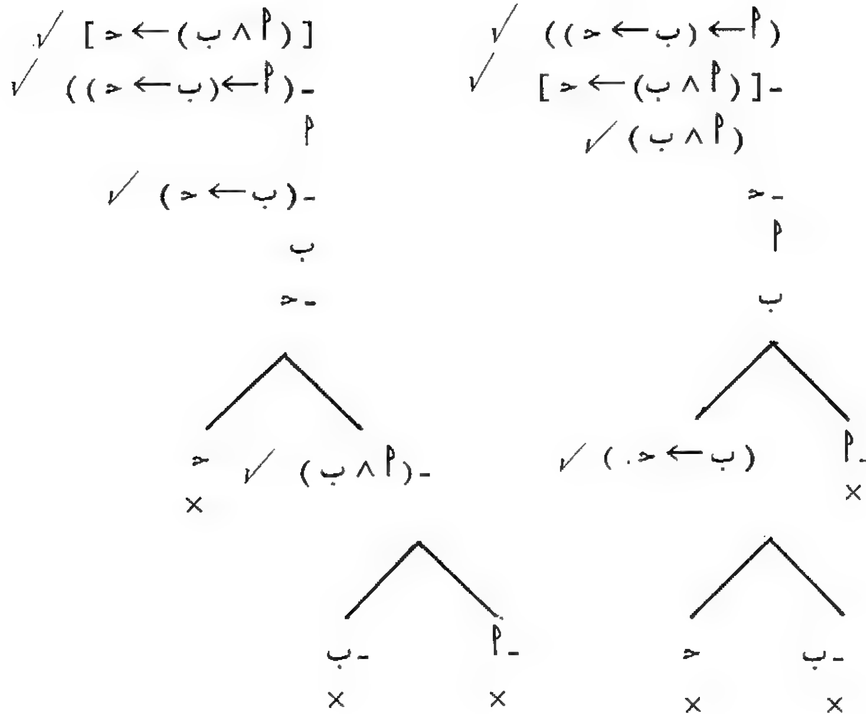
(وهذا ما يعرف بقانون « دي مورجان ») كما هو موضح في الأشجار التالية :



● أيضاً ، فإن هناك علاقة تلازم تقوم بين القضيتين :

(أ ← (ب ← حـ))   ، [(أ ∧ ب) ← حـ]

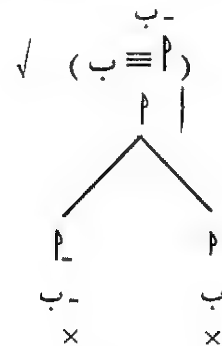
(وهذا ما يعرف بقانون التصدير (Exportation)) كما توضح الشجرتان التاليتان :

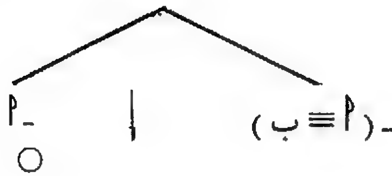


● في المقابل ، فإن علاقة التلازم لا تقوم بين القضيتين التاليتين :

[(أ ≡ ب) ∧ أ] ، ب

(على الرغم من أن القضية الأولى تستلزم القضية الثانية) كما هو موضح فيما يلي :





هنا نجد أن أحد شرطي التلازم قد توفر ، ونعني به الشرط الخاص بعدم اتساق الفئة المكونة من القضية الأولى ونقيض القضية الثانية ؛ بيد أن الشرط الثاني لم يتحقق ، فالفئة المكونة من القضية الثانية ونقيض الأولى فئة متسقة .

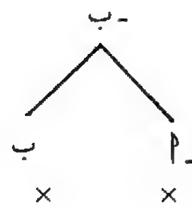
أما بخصوص مفهوم التناقض ، فيعرف في (ن ش) على النحو التالي :

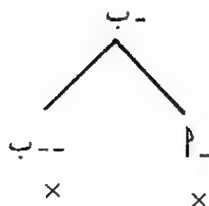
* تتناقض القضية (س) مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرة الفئة { س ، ص } مغلقة ، وكانت شجرة الفئة { ـ س ، ـ ص } مغلقة أيضاً .

● تقوم علاقة التناقض بين القضيتين :

(أ ← ب) ، (أ ∧ ـ ب)

كما توضح الشجرتان التاليتان :

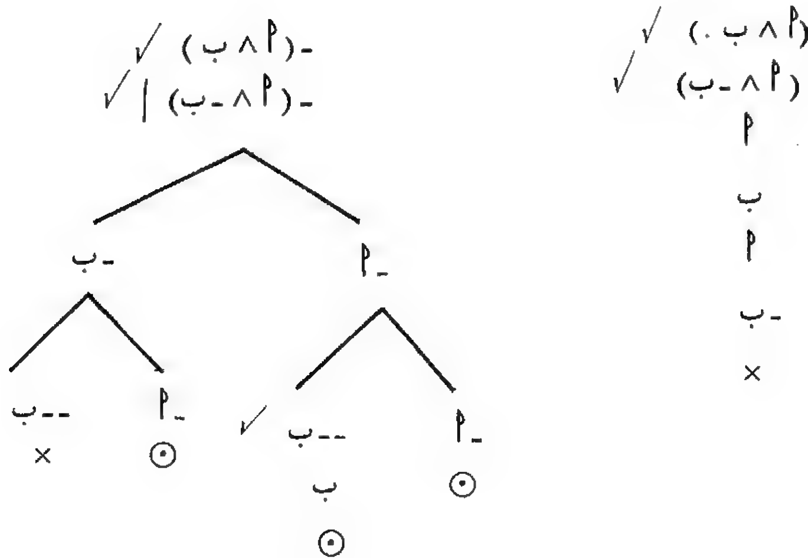




● بيد أن تلك العلاقة لا تقوم بين القضيتين التاليتين :

(أ ∧ ب) ، (أ ∧ ـ ب)

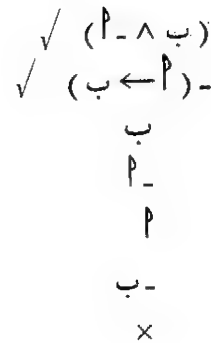
كما هو موضح في الشكل التالي :

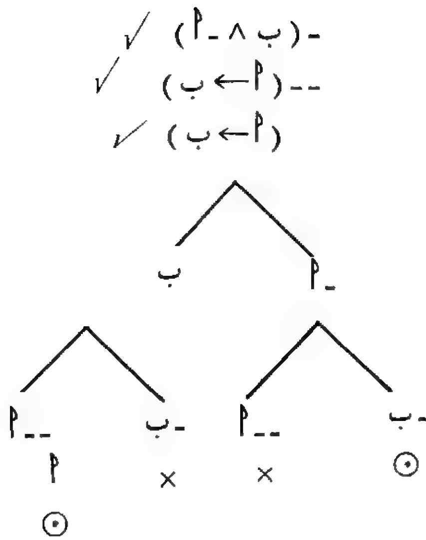


هنا تحقق شرط التناقض الأول ـ الخاص بعدم اتساق الفئة المكونة من القضيتين المعينتين في صيغتهما الأصلية الموجبة ـ ولم يتوفر الشرط الثاني ـ الخاص بعدم اتساق الفئة المكونة من ذات القضيتين في صيغتهما السابقة .

* تتقابل القضية (س) مع القضية (ص) إذا ـ فقط إذا ـ كانت شجرة الفئة { س ، ص } مغلقة ، وكانت شجرة الفئة { ـ س ∧ ـ ص } مفتوحة .

● القضية (ب ∧ ـ أ) تتقابل مع القضية ـ(أ ← ب) ، على اعتبار تحقق شرطي التقابل فيهما ، كما هو موضح في الشكل التالي :



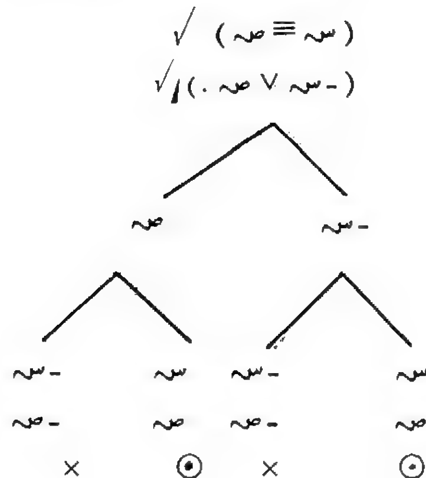


هنا استحال صدق القضيتين ، فكانت شجرتهما مغلقة ، وأمكن بطلانهما ، فكانت شجرة عكس كل منهما مفتوحة .

● في المقابل ، فإن تلك العلاقة لا تقوم بين القضيتين :

(أ ≡ ص) ، (ـ س ∨ ص)

كما هو موضح في الشكل التالي :



هنا يتبين لنا أن شجرة الفئة المكونة من تينك القضيتين في صيغتهما الموجبة مفتوحة ، الأمر الذي يعني احتمال صدقهما معاً ، قدر ما يعني عدم قيام علاقة التقابل بينهما .

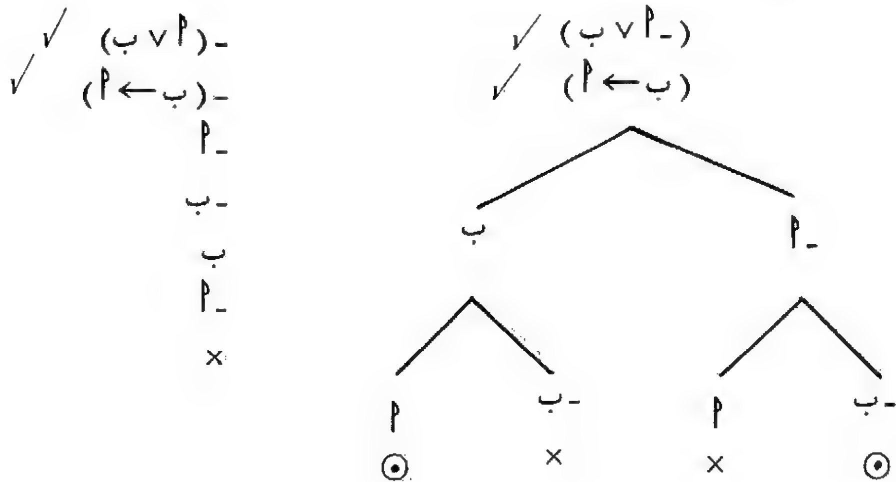
وأخيراً ، فإن نسق الشجرة يعرف مفهوم الدخول تحت التقابل على النحو التالي .

* تدخل القضية (س) في التقابل مع القضية (ص) إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرة الفئة { س ، ص } مفتوحة وكانت شجرة الفئة { ـس ، ـص } مغلقة .

● تقوم علاقة الدخول تحت التقابل بين القضيتين :

(ـأ ∨ ب) ، (ب ← أ)

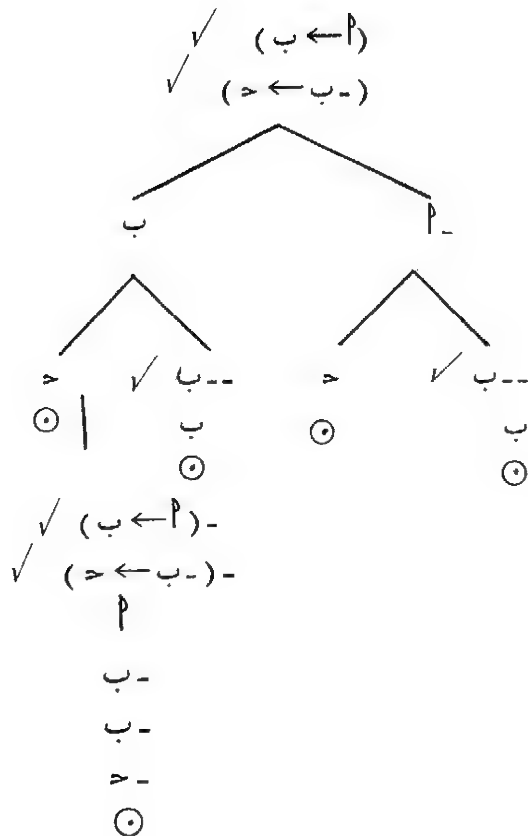
كما توضح الشجرتان التاليتان :



● وفي المقابل ، لا تقوم تلك العلاقة بين القضيتين :

(أ ← ب) (ـب ← ج)

على اعتبار أن الشرط الثاني من شروط قيام علاقة الدخول تحت التقابل ـ والخاص بكون الشجرة المكونة من تينك القضيتين في صورتهما السالبة مغلقة ـ لا يتوفر فيهما ، رغم توفر الشرط الأول الخاص بكون شجرتهما مفتوحة :

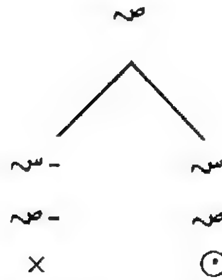


وكما أسلفنا في نهاية الفصل الثاني ، قد لا تقوم أية علاقة من العلاقات سالفة الذكر بين القضايا ، ومثال ذلك ، ليست هناك علاقة منطقية بين القضيتين التاليتين :

(س ≡ ص) ، ص

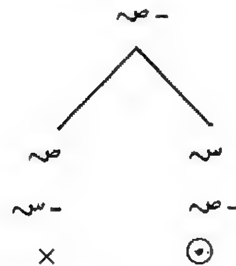
والواقع أن البرهنـة على عدم قيام أية علاقة بين أية قضيتين يتطلب تشكيل عدة أشجار ، وذلك على النحو التالي :

- شجرة للقضيتين في صيغتهما الموجبة :



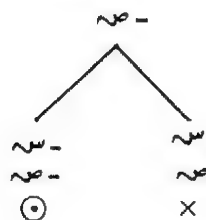
الشجرة مفتوحة ، وهذا يستبعد قيام علاقة تناقض بينهما ، كما يستبعد قيام علاقة التقابل بينهما . إن وجود فرع مفتوح يعني في هذا السياق احتمال صدقهما معاً ، ونحن نعرف أن القضايا المتناقضة لا تصدق في ذات الوقت ، كما نعرف أن احتمال صدق القضيتين المتقابلتين غير وارد .

● شجرة للقضيتين في صيغتهما السالبة :



الشجرة مفتوحة ، وهذا يستبعد قيام علاقة التناقض قدر ما يستبعد قيام علاقة الدخول تحت التقابل :

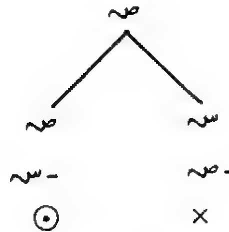
● شجرة للقضية الأولى في صيغتها الموجبة وللقضية الثانية في صيغتها السالبة :



الشجرة مفتوحة ، الأمر الذي يستبعد كون القضية الأولى تستلزم القضية الثانية ، بقدر ما يستبعد قيام علاقة التلازم بينهما .

● وأخيراً ، شجرة للقضية الثانية في صيغتها الموجبة والقضية الأولى في صيغتها السالبة :

- (سـ ≡ صـ) ✓



الشجرة مفتوحة ، الأمر الذي يستبعد كون القضية الثانية تستلزم القضية الأولى ، بقدر ما يستبعد قيام علاقة التلازم بينهما .

من هذه الأشجار الأربعة ، نخلص إلى عدم قيام أية علاقة منطقية بين تينك القضيتين .

ولكي لا يختلط الأمر على القارىء ، نطرح جدولاً يلخص تعريفات نسق الشجرة الخاصة بالعلاقات المنطقية الممكن قيامها بين القضايا :

نوع العلاقة	سـ ، صـ	سـ ، - صـ	صـ ، - سـ	- سـ ، - صـ
سـ تستلزم صـ	—	مغلقة	—	—
صـ تستلزم سـ	—	—	مغلقة	—
سـ تتلازم مع صـ	—	مغلقة	مغلقة	—
سـ تتناقض مع صـ	مغلقة	—	—	مغلقة
سـ تتقابل مع صـ	مغلقة	—	—	مفتوحة
سـ تدخل في التقابل مع صـ	مفتوحة	—	—	مغلقة
لا علاقة بين سـ و صـ	مفتوحة	مفتوحة	مفتوحة	مفتوحة

هكذا نكون قد استكملنا الحديث عن نسق الشجرة ، وقمنا بتبيان المهام التي يتسنى له أداؤها . ولا يفوتنا أن نؤكد ثانية في ختام هذا الفصل على تكافؤ هذا النسق مع نسق جداول الصدق ، الأمر الذي يعني اتحاد أحكامها بخصوص البراهين والفئات والقضايا والعلاقات القائمة بينها . وكما سوف نوضح في الفصل الخامس ، فإن تكافؤ هذين النسقين ـ على ذلك النحو ـ يجعل نسق الشجرة نسقاً صحيحاً (Sound) وتاماً (Complete) من وجهة نظر المنطق .

* * *

أسئلة الفصل الثالث

1 ـ عرف المفاهيم التالية مستعملاً مفهوم « الاتساق » تارة ومفهوم « الشجرة المفتوحة » تارة أخرى :

- التقابل .
- التلازم .
- البرهان الفاسد .
- القضية العارضة .

2 ـ وضح العلاقة بين المفاهيم التالية :

- الخط الأفقي والفرع المفتوح .
- التلازم والاستلزام .
- سلامة البرهان واتساق مقدماته .

3 ـ حدد العلاقة القائمة بين :

- مقدمات البرهان السليم والنتيجة التي يخلص إليها .
- القضية التكرارية والقضية المتناقضة .
- القضية التكرارية والقضية العارضة .
- القضية المتناقضة والقضية العارضة .

4 ـ برهن على سلامة البرهان التالي باستعمال نسق الشجرة :

(أ ← ب)
(س ← ص)
(أ ∨ س)

(- ب ← ص)

5 ـ حدد نوع القضايا التالية مستعملاً ذات النسق :

● [(أ ≡ ب) ← (ب ← أ)]
● - [س ∨ (هـ ← ك)]
● [(ك ∨ - ك) ← (س ∧ - س)]
[(ك ≡ - ع) ∨ (ع ≡ - ك)]

6 ـ هب أن (س) تكرارية ، (ص) متناقضة ، و(ع) عارضة ؛

● ما العلاقة بين (ص) و(- ع) ؟
● ما نوع القضية (س ← ص) ؟
● ما وضع الفئة { س ، ع }؟

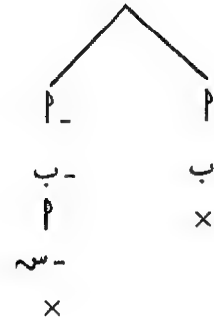
7 ـ اضرب أمثلة ـ مخالفة لتلك التي تم نقاشها ـ توضح المفاهيم التالية :

● البرهان الفاسد .
● الاستلزام .
● الفئة المتسقة .
● الدخول تحت التقابل .

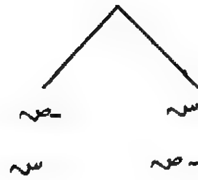
8 ـ برهن ـ باستعمال أية أمثلة ـ على أن ترتيب تحليل القضايا المركبة لا يؤثر في طبيعة الأحكام التي نخلص إليها بتطبيق قواعد نسق الشجرة .

9 ـ حدد الخلل الموجود في كل شكل من الشكول التالية :

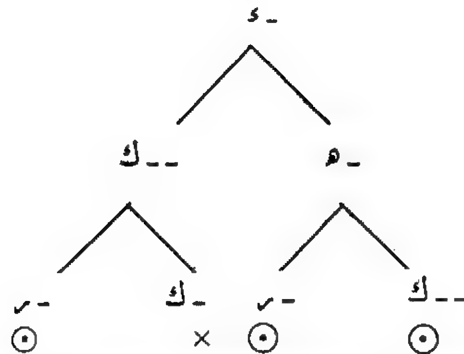
(أ ≡ ب)
-(أ ∧ ب) ✓
-(أ ← س)
-أ
-ب



-(س ≡ ص) ✓
-(س ∨ -ب) ✓
-أ
-ب



-[ب ← (ج ← د)] ✓
-(هـ ∨ -ك)
-(-ك ∧ ر)
ب
-(ج ← د)
ج
-د



10 ـ بين لماذا يتعين أن تكون شجرة القضية الأولية مفتوحة بغض النظر ما إذا كانت موجبة أو سالبة ؟

* * *

الفصل الرابع

النسق الطبيعي القضوي

- مفاهيم أساسية .
- قواعد النسق الطبيعي الاشتقاقية والاستعاضية .
- تصنيف البراهين في النسق الطبيعي القضوي .
- تحديد أنواع القضايا في النسق الطبيعي القضوي .
- تحديد العلاقات بين القضايا في النسق الطبيعي القضوي .
- أسئلة الفصل الرابع .

نعني في هذا الفصل بطرح نسق منطقي ثالث يختلف في شكله وسبل تعامله مع القضايا اختلافاً جوهرياً عن نسق جداول الصدق ونسق الشجرة . إنه النسق الطبيعي (ن ط) الذي يتكون من مجموعة من القواعد التركيبية الخاصة به وإن تبني ذات اللغة الرمزية التي يتبناها (ن ج صـ) و(ن ش) .

وقبل أن نقوم باستعراض تلك القواعد وتبيان سبل تطبيقها ، سوف نعرج على بعض المفاهيم الأساسية ونحاول توضيحها توطئة لتسهيل مهمة استيعابه . ولا يفوتنا في هذا السياق الاستهلالي أن نؤكد على أننا ما زلنا نحتفظ بالمفاهيم التي سبقت الإشارة إليها في الفصل الأول وأننا سنتناولها بشكل يتسق مع الطريقة التي تناولناها بها في الفصول التي تلت ذلك الفصل .

* * *

مفاهيم أساسية :

هناك بالنسبة لنسق جداول الصدق ونسق الشجرة ما يصطلح على تسميته بالآلجورذم (algorithm) ؛ هذا يعني وجود « إجراءات ميكانيكية » يمكن باتباعها البت في أمر البراهين والفئات والقضايا والعلاقات القائمة بينها . إذا أردنا ـ على سبيل المثال ـ استعمال نسق الشجرة لمعرفة ما إذا كان برهان ما سليماً أو فاسداً ، فإن هناك خطوات بعينها يتعين اتخاذها مرتبة على النحو التالي :

1 ـ ترميز قضايا البرهان .

2 ـ تحديد الفئة المكونة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته .

3 ـ البت في أمر اتساق تلك الفئة عن طريق استعمال قواعد نسق الشجرة التسعة .

وعندما يأتي دور تطبيق تلك القواعد ، فإننا نعرف في كل مرحلة الخطوة التي يتعين اتخاذها ؛ وعلى وجه الخصوص ، فإنه يتعين علينا الالتزام بما يلي :

1 ـ البدء بتحليل القضايا المركبة التي يمكن تحليلها بتطبيق القواعد غير المتفرعة أينما وجدت ، ثم تحليل القضايا المركبة التي يمكن تحليلها بتطبيق القواعد المتفرعة .

2 ـ قفل أي فرع ترد فيه قضية وعكسها .

3 ـ تحليل القضايا المركبة في كل فرع مفتوح .

4 ـ تحليل القضايا المركبة على النحو التالي :

* إذا كان الرابط الأساسي :

- السلب المضعف : نطبق قاعدة السلب المضعف .
- الوصل : نطبق قاعدة الوصل .
- سلب الشرط : نطبق قاعدة سلب الشرط .
- وهكذا . . .

هذه الإجراءات الميكانيكية لا تتطلب أدنى قدر من إعمال الفكر ، ولذا فإنه بمقدور أجهزة الكومبيوتر القيام بها على أكمل وجه . هذا بالضبط ما يعنيه وجود « الجورذم » في نسق الشجرة .

ومن الواضح أن هذا الحكم يسري تماماً على نسق جداول الصدق ، ومن الواضح أيضاً أن هذين النسقين لا يعكسان السبل التي يفكر عبرها البشر حين يقومون بعملية الاستدلال ؛ فمن جهة ، فإن المرء عادة ما يُعمل فكره أثناء تلك العملية ، ومن جهة أخرى ، فإن التفكير البشري غير قابل لأنه يصور عبر جداول أو أشجار من القبيل الذي يتحدث عنه ذانك النسقين . النسق الطبيعي ـ في المقابل ـ يعكس إلى حد كبير سبل التفكير البشري ، وهذا بالضبط هو مبرر تسميته بالنسق « الطبيعي » . وعلى وجه الخصوص ، ليست لهذا النسق أية اجراءات ميكانيكية تحدد الخطوة التي يتعين اتخاذها أثناء تطبيق قواعده .

على ذلك ، فإن لهذا النسق أوجه قصور يختص بها : ففي الوقت الذي يستطيع فيه إنجاز بعض المهام التي ينجح في تحقيقها نسق جداول الصدق ونسق الشجرة ، فإنه يعجز عن تحقيق مهام آخر في وسع ذنيك النسقين انجازها .

هكذا نجد أن النسق الطبيعي يستطيع :

- إثبات سلامة البراهين التي يتسنى لذنيك النسقين إثبات سلامتها .
- اثبات تكرارية القضايا التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات تكراريتها .
- اثبات تناقض القضايا التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات تناقضها .
- اثبات عدم اتساق الفئات التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات عدم اتساقها .
- اثبات علاقة الاستلزام التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات قيامها .
- اثبات علاقة التلازم التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات قيامها .
- اثبات علاقة التناقض التي يتسنى لذنيك النسقين اثبات قيامها .

ولكن ، إذا كان البرهان فاسداً ، أو كانت القضيّة عارضة ، أو كانت الفئة متسقة ، أو كانت العلاقة القائمة بين أيـة قضيتين علاقـة تقابـل أو دخول تحت التقابل ، أو كانت علاقة الاستلزام غير قائمة ، فإنه ليس بمقدور النسق الطبيعي اثبات ذلك .

هذا الأمر يثير التساؤل المتعلق بمبرر قدرة ذلك النسق على إنجاز المجموعة الأولى من المهام وعجزه عن تحقيق المجموعة الثانية منها . ولنا أن نثير التساؤل نفسه عبر صياغة أخرى : ما العامل المشترك بين المفاهيم الواردة في المجموعة الأولى ، وما العامل المشترك بين مفاهيم المجموعة الثانية ؟

المفاهيم الواردة في المجموعة الأولى هي المفاهيم التالية :

البرهان السليم ـ القضية التكرارية ـ القضية المتناقضة ـ الفئة غير المتسقة ـ علاقة الاستلزام ـ علاقة التلازم ـ علاقة التناقض .

المفاهيم الواردة في المجموعة الثانية هي :

البرهان الفاسد ـ القضية العارضة ـ الفئة المتسقة ـ علاقة التقابل ـ علاقـة الدخول تحت التقابل ـ عدم قيام علاقة الاستلزام .

إذا تأملنا التعاريف العامة لمفاهيم المجموعة الأولى ، فإننا نجد أنها تجمع على أمر واحد : اللجوء إلى مفهوم « الاحتمال » وكونها تغفل تماماً أي ذكر لمفهوم « الاستحالة » .

وعلى نحو مشابه ، فإن التعاريف الخاصة بنسق جداول الصدق تبين كيف أن عبارة « ليس هناك أي خط أفقي » ترد باستمرار في كل تعريفات مفاهيم المجموعة الأولى ، وتختفي تماماً من تعريفات مفاهيم المجموعة الثانية التي تستعمل عبارة « هناك خط أفقي واحد على الأقل » .

وأخيراً ، فإن التعاريف الخاصة بنسق الشجرة توضح أن مفاهيم المجموعة الأولى تستعمل مفهوم « الأشجار المغلقة » في حين تستعمل مفاهيم المجموعة الثانية مفهوم « الأشجار المفتوحة » .

على كل ذلك ، يتفق النسق الطبيعي مع نسق جداول الصدق ونسق الشجرة في استعمال ذات اللغة الرمزية ، وفي تبني ذات القواعد التركيبية ، رغم أن له قواعده الاشتقاقية الخاصة به ، وتعريفاته الخاصة لمفاهيم المنطق الأساسية .

ولكن يتعين علينا قبل تحديد تلك القواعد والتعريفات طرح مفهوم يلعب دوراً فاعلاً في النسق الطبيعي ، ونعني به مفهوم « الإثبات » . « الإثبات » ـ لغة ـ مفهوم علائقي ، بمعنى أنه يعبر عن علاقة بين حدين ؛ فالإثبات عادة ما يكون لأمر ما وعادة ما يكون مستنداً على جملة بعينها من الحيثيات . أما التعريف المنطقي لهذا المفهوم ، فهو يؤكد على « علائقية » ذلك المفهوم على النحو التالي :

* إثبات (س) من الفئة { ص$_1$، ص ، . . . } عبارة عن متتابعة من الخطوات ، كل خطوة منها إما أن تكون عضواً في تلك الفئة أو تكون ناتجة عن تطبيق إحدى قواعد النسق الطبيعي على إحدى (أو مجموعة من) الخطوات السابقة ، شريطة أن تفضي تلك المتتابعة إلى (س) بوصفها آخر خطوات الإثبات .

ويكاد المناطقة يجمعون على الرمز التالي للتعبير عن الإثباتات :

{ ص ص$_2$، . . . } |— (س)

لاحظ أن الفئة التي يستند عليها الإثبات قابلة لأن تكون فئة خالية (وفي تلك الحالة ـ وكما سنوضح بالتفصيل ـ تكون نتيجة الإثبات عبارة عن قضية تكرارية) .

أما بخصوص قواعد النسق الطبيعي الاشتقاقية ، فليس هناك اجماع بين المناطقة حولها ، وعادة فإن عددها يتناسب تناسباً طردياً مع يسر استعمال ذلك النسق ، بمعنى أنه كلما زاد عدد القواعد ، سهل أمر إنجاز الإثباتات . غير أن تكثر ذلك العدد يصعّب من أمر استيعاب تلك القواعد ، ولذا يتعين أن نقيم موازنة تيسر من جهة أمر حفظ وتذكر القواعد وتيسر من جهة أخرى أمر إثبات ما نود البرهنة عليه .

وفي واقع الأمر ، فإن هناك نوعين من القواعد الاشتقاقية : قواعد اشتقاقية جوهرية (Essential Rules of Inference) وقواعد اشتقاقية غير جوهرية ، وهذان مفهومان يمكن تعريفهما على الوجه التالي :

* تعد القاعدة الاشتقاقية قاعدة جوهرية إذا كانت هناك براهين سليمة لا يتسنى للنسق الطبيعي إثبات سلامتها دون استعمال تلك القاعدة .

* تعد القاعدة الاشتقاقية قاعدة غير جوهرية إذا لم تكن هناك أية براهين سليمة يتطلب إثبات سلامتها في النسق الطبيعي استعمال تلك القاعدة .

ولعل هذين التعريفين يبينان كيف أن ضرورة القواعد الاشتقاقية الجوهرية تعد ضرورة منطقية ، وكيف أن ضرورة القواعد الاشتقاقية غير الجوهرية تعد ضرورة « براجماتية » أو عملية ، بمعنى أن وظيفتها لا تعدو جعل استعمال النسق أكثر يسراً .

وفضلاً عن القواعد الاشتقاقية ، يتضمن (ن ط) مجموعة من قواعد الاستعاضة (Replacement Rules) التي تنقسم بدورها إلى قواعد استعاضة جوهرية وأخرى غير جوهرية . الفارق الوحيد بين قواعد الاشتقاق وقواعد الاستعاضة يكمن فيما يلي ؛ في القاعدة الاشتقاقية يتسنى لنا اللجوء إلى مقدمات

القاعدة لاستخلاص نتيجتها ، ومثالها قاعدة « مودس بوننز » التي تقرر :

$$\frac{(\text{أ} \rightarrow \text{ب}) \quad \text{أ}}{\text{ب}}$$

فباستعمال هذه القاعدة يمكن لنا استخلاص نتيجة أية قضية شرطية في حال حصولنا عليها وعلى مقدمتها . غير أنه لا يتسنى لنا استعمال هذه القاعدة بشكل معاكس ، بأن نخلص إلى القضية الشرطية ومقدماتها بمجرد حصولنا على نتيجتها .

في المقابل ، فإنه يتسنى لنا الحصول على أي طرف من أطراف القاعدة الاستعاضية بمجرد الحصول على طرفها الثاني ، ومثال ذلك قاعدة « دي مورجان » التي يمكن التعبير عنها على النحو التالي :

$$-(\text{أ} \vee \text{ب}) \quad :: \quad (-\text{أ} \wedge -\text{ب})$$

هنا يمكن لنا الاستعاضة عن ـ (أ ∨ ب) بالقضية (ـ أ ∧ ـ ب) ، كما يمكن لنا الاستعاضة عن (ـ أ ∧ ـ ب) بالقضية ـ (أ ∨ ب) ، وهكذا هو الشأن بالنسبة لسائر قواعد الاستعاضة .

والواقع أن ما يسوغ لنا اشتقاق نتيجة القاعدة الاشتقاقية من مقدمتها ـ ولا يسوغ لنا اشتقاق مقدمتها من نتيجتها ـ هو أن النتيجة تستلزم المقدمة وليست مستلزمة منها . وفي المقابل فإن ما يسوغ لنا الاستعاضة عن أي طرف من أطراف القاعدة الاستعاضية بطرفها الثاني هو كون كل طرف من تلك الأطراف متلازماً مع الطرف الآخر .

* * *

قواعد النسق الطبيعي الاشتقاقية والاستعاضية :

يبقى لنا ـ قبل أن نشرع في استعمال (ن ط) ـ أن نحدد القواعد الاشتقاقية

والاستعاضية التي سوف نعتد بها في هذا الفصل وفي الفصليين الخامس والسابع . القائمة التالية تحدد تلك القواعد :

أولاً : القواعد الاشتقاقية :

● « مودس بونز » (M B)

(س ← ص)
س
―――――――
ص

● « مودس تولنز » : (M T)

(س ← ص)
ـ ص
―――――――
ـ س

● القياس الافتراضي : (H S)

(س ص)
(ص ع)
―――――――
(س ← ع)

● التبسيط : (Sim)

(س ∧ ص)
―――――
س

أو

(س ∧ ص)
―――――
ص

● الوصل : (Con)

س
ص
―――――
(س ∧ ص)

● المعضلة :

(Dill)

(سـ ← صـ)

(ض ← ع)

(سـ ∧ ض)

(صـ ← ع .)

● القياس الفصلي :

(D S)

(سـ ∨ صـ)	أو	(سـ ∨ صـ)
- سـ		- صـ
صـ		سـ

● الإضافة :

(Add)

سـ	أو	سـ
(سـ ∨ صـ)		(صـ ∨ سـ)

ثانياً : قواعد الاستعاضة :

● السلب المضعف :

(DN) سـ :: - - سـ

● الاستبدال :

(Dup) سـ :: (سـ ∨ سـ .)

سـ :: (سـ ∧ سـ)

● الاستبدال :

(Com) (سـ ∨ صـ) :: (صـ ∨ سـ)

(سـ ∧ صـ) :: (صـ ∨ سـ)

● التجميع :

(Assoc) ((س ∨ ص) ∨ ع) :: (س ∨ (ص ∨ ع))

((س ∧ ص) ∧ ع) :: (س ∧ (ص ∧ ع))

● العكس :

(Contrap) (س ← ص) :: (ـ ص ← ـ س)

● « دي مورجان » :

(D M) ـ (س ∨ ص) :: (ـ س ∧ ص)

ـ (س ∧ ص) :: (ـ س ∨ ص)

● إستبدال التلازم :

(B E) (س ≡ ص) :: (س ← ص) ∧ (ص ← س)

● الاستبدال الشرطي :

(C E) (س ← ص) :: (ـ س ∨ ص)

● التوزيع :

(Dist) [س ∧ (ص ∨ ع)] :: [(س ∧ ص) ∧ (س∧ ع)]

[(س ∧ ص) ← ع] :: [س ← (ص ← ع)]

● التصدير :

(Exp) [(س ∧ ص) ← ع] :: [:: [(س ← (ص ← ع)]

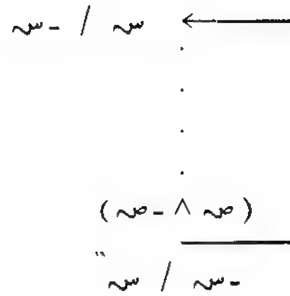
هناك ـ فضلاً عن كل ذلك ـ قاعدتان ذوات أوضاع خاصة :

● الإثبات الشرطي :

(C P)



● الإثبات غير المباشر ،
(I P)



تقرر قاعدة « الاثبات الشرطي » أنه إذا تسنى لنا بافتـراض القضية (سہ) اشتقاق القضية (صہ) عبر تطبيق قواعد النسق الطبيعي ، تسنى لنا أيضاً اشتقاق القضية الشرطية (سہ ← صہ) . والواقع أن هذه القاعدة تعول على المبدأ القائل بإمكان الخلاص إلى القضية الشرطية في حال افتراض مقدمتها واشتقاق نتيجتها .

أما قاعدة « الإثبات غير المباشر » فإنها تقرر أنه إذا تسنى لنا بافتراض القضية (سہ) - أو القضية (-سہ) - اشتقاق قضية متناقضة - مثل (صہ ∧ -صہ) - عبر تطبيق قواعـد النسق الطبيعي ، تسنى لنـا أيضاً اشتقـاق نقيض (سہ) في حال افتراض (سہ) واشتقاق (سہ) في حال افتراض (-سہ) .

ويجدر بنا أن نشير في هذا الخصوص إلى وجوب عدم اللجوء إلى القضايا المشار إليها بالنقاط في تنيك القاعدتين بعد استخلاص النتيجة المراد الوصـول إليها ، ألا وهي (صہ) في قاعدة « الإثبات الشرطي » و(صہ ∧ -صہ) في قاعدة « الإثبات غير المباشر » . ونشير أيضاً إلى أن هذه القاعدة الأخيرة تعوّل على ما يعرف في أدبيات المنطق ببرهـان الخلف (Reductio Ad Absurdum) ، الذي يعوّل بدوره على المبدأ المنطقي القائل بـأن « ما يفضي إلى المحـال محال لا محالة » ؛ إذا كانت (سہ) تستلزم تناقضاً ، فإنها باطلة لا محالة ، وذلك على اعتبار أن (سہ) إما أن تكـون صادقـة أو باطلة ، وهـذا ما يقـرره مبدأ الـوسط المرفوع ، وعلى اعتبار أن استلزامها لتناقض إنما يبرهن على بطلانها ، ومن ثم فإنه يبرهن على صدق نقيضها .

لدينا إذن تسع عشرة قاعدة تكون أسس النسق الطبيعي ، وهـذا عدد قـد يتجاوز إلى حد ما حدود العدد المناسب ، إلا أنـه يسهل ـ كمـا سوف نـوضح بالأمثلة ـ من عملية استعمال ذلك النسق . وبطبيعة الحال ، فإن هـذه القواعـد ليست جوهرية كلها ، بل تتضمن بعض القواعد التي يمكن الاستغناء عنها نهائياً ، وإن كلفنا أمر الاستغناء عنها بعض العناء .

* * *

تصنيف البراهين في النسق القضوي :

نذكر القارىء بتعريفات البرهان السليم :

- التعريف العام : يكون البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ استحال صدق مقدماته وبطلان نتيجته .
- التعريف بالإتساق : يكون البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الفئة المكونة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته فئة غير متسقة .
- التعريف الخاص بنسق جداول الصدق : يكون البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لمقدماته والقيمة الصدقية (F) لنتيجته .
- التعريف الخاص بنسق الشجرة : يكون البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرة الفئة المكونة من مقدمات البرهان ونقيض نتيجته شجرة مغلقة .

أما تعريف البرهان السليم الخاص بالنسق الطبيعي ، فيقرر ما يلي :

- يكون البرهان سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك « إثبات يبدأ من مقدماته ويخلص إلى نتيجته » .

فـإذا أضفنا إلى هـذا التعريف مـا سبق تقريـره بخصوص تعـريف مفهوم الإثبات ، حصلنا على ما يلي :

● يعد البرهان : صـ 1

صـ 2

صـ 3

⋮

صـ ن

___

سـ

برهاناً سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك اثبات يتضمن متتابعة من الخطوات ، كل خطوة فيه إما أن تكون عضواً في الفئة { صـ1 ، صـ2 ، صـ3 ، . . . ، صـ ن } أو تكون ناتجة عن تطبيق إحدى قواعد النسق الطبيعي على إحدى (أو مجموعة من) الخطوات السابقة ، شريطة أن تفضي تلك المتتابعة إلى (سـ) بوصفها آخر خطوات الإثبات .

الأمثلة التالية توضح الكيفية التي يتسنى بها استعمال قواعد النسق الطبيعي لإثبات سلامة البراهين التي يعتد نسق جداول الصدق ـ قدر ما يعتد نسق الشجرة ـ بسلامتها :

● اعتبر البرهان التالي :

(أ ← ب)

ـ ب

ـ هـ

___

(أ ـ هـ)

ولاحظ بداية أنه في وسعنا طرح أكثر من إثبات يسوغ تقرير سلامته . هذا الوضع ليس وضعاً نمطياً ، فلقد رأينا في نسق جداول الصدق أن هناك باستمرار سبيل واحد (يعبر عنه بجدول واحد) للبرهنة على سلامة البراهين السليمة . وعلى نحو مماثل ، فإن هناك باستمرار شجرة واحدة تحقق ذات الأمر ، وإذا تعددت الأشجار فإن تعددها لا يرجع إلى اختلاف القواعد التي نقوم بتطبيقها في

كل شجرة ، بل يرجع إلى اختلاف في ترتيب استعمال نفس القواعد .

الأمر هاهنا يختلف تماماً، فبمقدورنا طرح اثبات يستعمل قواعد بعينها وطرح اثبات آخر يستعمل فئة مغايرة من القواعد .

ثم لاحظ أن عملية استخلاص النتيجة تحتاج إلى إعمال الفكر ، وعلى وجه الخصوص فإنها تحتاج إلى وضع « استراتيجية » تحدد الأهداف قدر ما تحدد سبل الوصول إليها (بما يقتضيه هذا التحديد الأخير لانتقاء مجموعة بعينها من القواعد) .

وبوجه شبه عام ، يحسن أن نتساءل في البداية عن شكل القضية المراد البرهنة على صحتها (عبر افتراض المقدمات المحددة سلفاً) . النتيجة في مثالنا عبارة عن قضية وصلية ، وفي معظم الأحوال (وليس في جميعها) لا يتسنى الخلاص إلى قضيته وصلية إلا عبر الوصول إلى كل جزء من أجزائها ثم استعمال قاعدة الوصل التي تجيز لنا الانتقال من أية قضيتين إلى قضية مركبة تتخذ من رمز الوصل رابطاً أساسياً .

ولأن النتيجة في هذا البرهان تقرر :

(ـ أ ∧ ـ هـ)

فإنه يتعين علينا البحث عن سبيل لاشتقاق (ـ س) ثم البحث عن سبيل لاشتقاق (ـ هـ) (الترتيب هنا لا يهم ، ولكنه قد يكون هاماً في أمثلة أخرى ، لا سيما منها تلك التي يتطلب اشتقاق أحد جزئي القضية الوصلية اشتقاق جزئها الآخر) .

هنا يتوجب علينا فحص المقدمات لمعرفة أقصر السبل لاشتقاق هاتين القضيتين الأوليتين . إذا نظرنا إلى المقدمتين الأولى والثانية تبين لنا أن الأولى ، عبارة عن قضية شرطية وأن الثانية تقرر نقيض نتيجة تلك القضية ، الأمر الذي يطرح أمامنا خيار تطبيق قاعدة « مودس تولنز » التي تقرر :

(س ← ص)

ـ ص

―――――――

ـ س

وبهذه الطريقة يتسنى لنا الحصول على أحد جزئي القضية الوصلية التي نود استخلاصها . أما استخلاص الجزء الثاني منها ، فإنه لا يتطلب أدنى جهد ، على اعتبار أن المقدمة الثالثة تقرره صراحة . يبقى إذن أن نقوم باستعمال قاعدة الوصل التي تصاغ كالتالي :

~س

~ص

———

(~س ∧ ~ص)

فنحصل مباشرة على النتيجة . الشكل النهائي للإثبات سنتخذ الصورة التالية :

1 .	(أ ← ب)	مقدمة
2 .	ـ ب	مقدمة
3 .	ـ هـ	مقدمة
4 .	ـ أ	1 ، 2 ، MT
5 .	(ـ أ ∧ ـ هـ)	4 ، 3 ، . Con

واضح أن هذا الإثبات يستوفي الأشراط التي سلف ذكرها في تعريف البرهان السليم : فكل خطوة من خطواته إما أن تكون مقدمة (الخطوات 1 – 3) أو تكون مشتقة من خطوات سابقة عبر استعمال قواعد النسق الطبيعي (الخطوتان 4 ، 5) . أيضاً فإنه يخلص إلى النتيجة المراد البرهنة عليها بوصفها آخر خطوات الإثبات .

وكما أسلفنا ، فإنه في وسعنا طرح اثبات مخالف يخلص إلى ذات النتيجة بالاستناد على ذات المقدمات :

1 .	(أ ← ب)	مقدمة
2 .	ـ ب	مقدمة
3 .	ـ هـ	مقدمة
4 .	(ـ أ ∨ ب)	1 ، CE
5 .	ـ أ	4 ، 2 ، DS
6 .	(ـ أ ∧ ـ هـ)	5 ، 3 ، Con

وبالطبع فإن معيار الخيار بين هذين الإثباتين يظل معياراً عملياً خالصاً ، إذ أننا سنفضل الإثبات الأول لأنه يتطلب عدداً أقل من الخطوات ولن نؤثره لأية اعتبارات منطقية .

• [(أ ∨ ب) ← (س ∨ د)]
(س ∨ ف) ← هـ
(ك ∧ ـ د)
(ك ← أ)
____
(هـ ∨ ع)

إثبات سلامة هذا البرهان يتطلب قدراً أكبر من إعمال الفكر ؛ فمن جهة فإن لدينا عدداً كبيراً (نسبياً) من المقدمات ، ومن جهة أخرى فإن أحد أجزاء القضية الفصلية التي يخلص إليها هذا البرهان لا ترد إطلاقاً في مقدماته (فليس هناك أي أثر للقضية (ع)) . وعلى وجه شبه عام ، وباستثناءات يمكن لنا اغفالها في هذا السياق ، فإن وجود قضية فصلية في النتيجة لا يرد أحد جزئيها في المقدمات يعني إمكان الخلاص إليها عبر تطبيق قاعدة الإضافة التي تقرر :

س
____
(س ∨ ص)

دعونا إذن نعني بأمر اشتقاق (هـ) (التي ترد بالفعل في مقدمات البرهان)

على أن نضيف إليها القضية (ع) عبر أدات الفصل وباستعمال تلك القاعدة .

في هذه الحالة يتعين تحديد الموضع الذي ترد فيه القضية (هـ) والتساؤل عن متطلبات الحصول عليها فيه . هنا نلاحظ ـ عبر فحص مقدمات البرهان ـ أن (هـ) ترد بوصفها نتيجة للمقدمة الشرطية الثانية التي تقرر :

[(س ∨ ف) ← هـ]

الأمر الذي يذكرنا بإمكان استعمال قاعدة « مودس بوننز » التي تقرر أن الحصول على نتيجة أية قضية شرطية رهن بالحصول على مقدمتها . علينا إذن أن نبحث عن سبيل للحصول على تلك المقدمة التي تقرر (س ∨ ف) .

وهنا نلاحظ ثانية أن هذه القضية قضية فصلية وأن أحد جزئيها (القضية (ف)) لا يرد في أي موضع آخر . يتعين إذن أن نحاول الحصول على (س ∨ ف) عبر الحصول على (س) ـ التي ترد بالفعل في المقدمة الأولى ـ وإضافة (ف) لها عبر قاعدة الإضافة . ولكن ما أن ننظر إلى الموضع الذي ترد فيه (س) حتى نكتشف مرة أخرى أنها ترد بوصفها جزء من قضية فصلية تم تقريرها على اعتبار كونها نتيجة لقضية شرطية . لهذا السبب يتوجب علينا إيجاد سبيل للحصول على مقدمة تلك القضية الشرطية (حتى يتسنى لنا الحصول على نتيجتها عبر تطبيق قاعدة « مورس بوننز ») .

ولكن قبل أن نحاول الحصول على تلك المقدمة ، دعونا نسترجع ما قمنا بإنجازه حتى الآن . لقد اكتشفنا التالي :

1 ـ للحصول على (هـ ∨ ع) يكفي أن نحصل على (هـ) .

2 ـ الحصول على (هـ) يتطلب الحصول على (س ∨ ف) .

3 ـ للحصول على (س ∨ ف) يكفي أن نحصل على (س) .

4 ـ الحصول على (س) يتطلب الحصول على (أ ∨ ب) .

ولكن يجب أن نلاحظ هنا أن الحصول على (س) يتطلب ـ فضلاً عن (أ ∨ ب) ـ الحصول على (ـ د) . ذلك أن (أ ∨ ب) ستعطينا ـ بتطبيق قاعدة

« مودس بوننز » على المقدمة الأولى ـ القضية الفصلية (س ∨ ء) ، والحصول على (س) هنا رهن بالحصول على (ـ ء) وتطبيق قاعدة القياس الفصلي في صياغتها التي تقرر .

س ∨ ص

ـ ص

―――――

س

لكل هذا يتعين أن نعيد صياغة (4) بالقول :

5 ـ الحصول على (س) يتطلب الحصول على (أ ∨ ب) كما يتطلب الحصول على (ـ ء) .

إذا نظرنا إلى المقدمة الثالثة تبين لنا أن الحصول على (ـ ء) يعد أمراً ميسراً ، فكل ما نحتاجه هو تطبيق قاعدة التبسيط في صياغتها التي تقرر :

(س ∧ ص)

―――――

ص

أما بالنسبة للقضية (أ ∨ ب) ، فإن كونها قضية فصلية لا يرد أحد جزئيها في أي موضع آخر (ألا وهو الجزء ب) يعني إمكان الحصول عليها عبر تطبيق قاعدة الاضافة (أي أن الحصول عليها يتطلب فحسب الحصول على (أ)) . ولأن (أ) ترد في المقدمة الأخيرة بوصفها نتيجة لقضية شرطية ، فإن الحصول عليها ممكن عبر الحصول على مقدمة تلك القضية (أي بالحصول على (ك)) . هنا نعيد فحص المقدمة الثالثة ونكتشف أن الحصول على (ك) بيسر الحصول على (ـ ء) ، فكلاهما وارد بوصفه جزء لقضية وصلية ، الأمر الذي يعني إمكان الحصول عليه عبر تطبيق قاعدة التبسيط .

الشكل التالي قد يساعد في توضيح الرؤية ، وسنستعمل فيه الرمز ⇐ للإشارة إلى عبارة « يتطلب » :

(ه ∨ ع) ⇐ ه

ه ⇐ (سـ ∨ ف)

(سـ ∨ ف) ⇐ سـ

سـ ⇐ (أ ∨ ب) + (ـ ء)

أ ∨ ب ⇐ أ

أ ⇐ ك

ك ⇐ (ك ∨ ـ ء) وهي موجودة في المقدمة التالية .

ـ ء ⇐ (ك ∧ ـ ء) وهي موجودة في المقدمة الثالثة .

الآن نطرح الشكل النهائي للإثبات مع ملاحظة البدء من آخر خطوة انتهينا إليها في السلسلة السابقة ، وملاحظة وجوب تبرير كل خطوة نقوم باتخاذها عبر قواعد النسق الطبيعي :

2 .	(سـ ∨ ف) ← ه	مقدمة
3 .	(ك ∧ ـ ء)	مقدمة
4 .	(ك ← أ)	مقدمة
5 .	ـ ء	Sim ، 3
6 .	ك	Sim. ، 3
7 .	أ	MP ، 6 ، 4
8 .	(أ ∨ ب)	Add. ، 7
9 .	(سـ ∨ ء)	MP ، 8 ، 1
10 .	سـ	DS ، 5 ، 9
11 .	(سـ ∨ ف)	Add ، 10
12 .	ه	MP ، 11 ، 2
13 .	(ه ∨ ع)	Add ، 12

ولعله الآن قد اتضح للقارىء أن استعمال النسق الطبيعي يتطلب استيعاباً

كاملاً لقواعده ـ على كثرة عددها ـ وأنه يتطلب قدراً لا يستهان به من الحـرص والجهد .

● [(أ ∨ ب) ← (سـ (ف ← هـ))]
(أ ∧ ـ سـ)
هـ ← سـ
―――――
ـ ف

يمكن الحصول على نتيجة هذا البرهان عبر اتباع الاستراتيجية التالية :

1 .	(ـ ف) ⇐ (أ ∨ ب) + (ـ سـ) + (ـ هـ)	
2 .	(أ ∨ ب) ⇐ أ	
3 .	(أ) ⇐ (أ ∧ ـ سـ)	(المقدمة الثانية)
4 .	(ـ سـ) ⇐ (أ ∧ ـ سـ)	(المقدمة الثانية)
5 .	(ـ هـ) ⇐ (ـ سـ)	
6 .	(ـ سـ) ⇐ (أ ∧ ـ سـ)	(المقدمة الثانية)

بأتباع هذه الاستراتيجية نحصل على الإثبات التالي :

1 .	[(أ ∨ ب) ⇐ (سـ ∨ (ف ← هـ))]	مقدمة
2 .	(أ ∧ ـ سـ)	مقدمة
3 .	(هـ ← سـ)	مقدمة
4 .	أ	2 ، .Sim
5 .	ـ سـ	2 ، Sim
6 .	(أ ∨ ب)	4 ، .Add
7 .	(سـ ∨ (ف ← هـ))	1 ، 6 ، .MP
8 .	(ف ← هـ)	7 ، 5 ، DS
9 .	ـ هـ	3 ، 5 ، MT
10 .	ـ ف	8 ، 9 ، MT

• ـ أ

(د ← أ)

(ب ← أ)

(ب ∨ ف)

(د ∨ ج)

(ف ∧ ج)

الإثبات :

1 .	ـ أ	مقدمة
2 .	(د ← أ)	مقدمة
3 .	(ب ← أ)	مقدمة
4 .	(ب ∨ ف)	مقدمة
5 .	(د ∨ ج)	مقدمة
6 .	ـ ب	1 ، 3 . . ، MT
7 .	ف	4 ، 6 ، DS
8 .	ـ د	1 ، 2 ، MT
9 .	ج	5 ، 8 ، DS
10 .	(ف ∧ ج)	7 ، 9 ، Con

• [(أ ∨ ب) ← (س د)]

أ ∧ (س ← ـ د)

ـ ف ∨ ـ د

الإثبات :

1 .	[(أ ∨ ب) ← (س ∨ د)]	مقدمة
2 .	أ ∧ (س ← ـ ف)	مقدمة

3 .	(ء ← ـ ء)	مقدمة
4 .	أ	Sim ، 2
5 .	(أ v ب)	Add ، 4
6 .	(س v ء)	Mp ، 5 ، 1
7 .	(س ← ـ ف)	Sim ، 2
8 .	(ـ ف v ـ ء)	Dill . ، 6 ، 3 ، 7

لاحظ أننا لم نستعمل حتى الآن سوى قواعـد الاشتقاق . الأمثلة التـالية توضح كيفية استعمال قواعد الاستعاضة وقاعدتي الإثبات الشرطي والإثبات غير المباشر :

● [أ ≡ (ب v ـ ن)]
(ن ← ب)

(ـ أ ← أ)

لاحظ بداية أنه في وسعنا استعمال قاعدة الإثبات الشرطي لاستخلاص أية نتيجة شرطية . كل ما نحتاجه هو افتراض مقدمة القضية الشرطية والبرهنة على نتيجتها . ولاحظ أيضاً أنه بمقدورنا التخلص من المقدمة الأولى والاستعاضة عنها بقضية تصل بين قضيتين شرطيتين وذلك باستعمال القاعدة الاستعاضية الخاصة برابط التكافؤ :

1 .	[أ ≡ (ب v ـ ن)]	مقدمة
2 .	(ن ← ب)	مقدمة
3 .	← ـ أ	افتراض
4 .	(أ ← (ب v ـ ن)) ∧ ((ب v ـ ن) ← أ)	BE ، 1
5 .	((ب v ـ ن) ← أ)	Sim ، 4
6 .	((ـ ن v ب) ← أ)	Com ، 5

7 .	((ن ← ب) ← أ)	6 ، CE
8 .	أ	7 ، 2 ، MP
9 .	(-أ ← أ)	3 - 8 ، CP

وتجدر الإشارة في هذا السياق إلى خاصية تميز قواعد الاستعاضة عن قواعد الاشتقاق ، اضتحت في الخطوتين السادسة والسابعة من الإثبات السابق . ولتوضيح يدرء اللبس على وجه العموم ، اعتبر الأمثلة التالية :

((أ ← ب) ∧ ح)

(أ ∨ د)

ليس بمقدرونا هنا تطبيق قاعدة « مودس بوننز » على (أ ← ب) - الجزء الأول من المقدمة الأولى - و(أ) - الجزء الأول من المقدمة الثانية ، واستخلاص (ب) منهما . في المقابل يتسنى لنا تطبيق القاعدة الاستعاضية (CE) على الجزء الأول من المقدمة الأولى واستخلاص((-أ ∨ ب) ∧ ح) منها . هذا بالضبط ما قمنا به في الخطوتين السادسة والسابعة من الإثبات السابق ، وهكذا نجد أنه في وسعنا باستمرار تطبيق القواعد الاستعاضية - أينما جاز لنا تطبيقها - على أجزاء القضايا ، وليس في وسعنا تطبيق القواعد الاشتقاقية بنفس الطريقة .

● -(-أ ∧ ب) ∧ ن

-(-أ ≡ س) ← -أ

(أ ∧ د) ← س

-د

إذا نظرنا إلى المقدمة الثالثة وجدنا أن الحصول على (-د) يتطلب الحصول على (-س) ، التي ستمكننا من الحصول على -(أ ∧ د) ، كما يتطلب الحصول على (-أ) - على اعتبار أن (-أ) فيما إذا أضيفت إلى -(أ ∧ د) ستستلزم (-د) . باختصار فإن :

-د ⇐ (-س) + (-أ)

وإذا نظرنا إلى المقدمة الثانية وجدنا أن (-أ) ترد بوصفها نتيجة لمقدمة

شرطية ، الأمر الذي يعني أن الحصول عليها رهن باشتقاق مقدمتها ، ولذا فإنه :

ـأ ⇐ ـ(ـأ ≡ س)

وإذا حصلنا بالفعل على (ـأ ≡ س) فإن حصولنا على (ـس) سيكـون وقفاً على حصولنا على (ـ ـأ) أو (أ) .

ـس ⇐ أ

هنا نجد أنه بمقدورنا الحصول على (أ) إذا قمنا بتغيير صياغة المقـدمة الأولى عبر استعمال قاعدة « دي مورجان » من جهة وقاعدة « القياس الفصلي » من جهة أخرى ، وبذا نخلص إلى الإثبات التالي :

1 .	[ـ(ـأ ∧ ب) ∧ ب]	مقدمة
2 .	ـ(ـأ ≡ س) ← ـأ	مقدمة
3 .	(أ ∧ ء .) ← س	مقدمة
4 .	(ـ ـأ ∨ ـب) ∧ ب	1 ، DM
5 .	(ـ ـأ ∨ ـب)	4 ، Sim
6 .	ب	4 ، Sim
7 .	ـ ـب	6 ، DN
8 .	ـ ـأ	5 ، 7 ، DS
9 .	أ	8 ، DN
10 .	ـ ـ(ـأ ≡ س)	2 ، 8 ، Cont
11 .	(ـأ ≡ س)	10 ، DN
12 .	[(ـأ ← س) ∧ (س ← ـأ)]	11 ، BE
13 .	(س ← ـأ)	12 ، Sim
14 .	ـس	8 ، 13 ، MT
15 .	ـ(أ ∧ ء)	3 ، 14 ، MT
16 .	(ـأ ∨ ـء)	15 ، DS
17 .	ـء	16 ، 8 ، DS

((أ ∨ ـ ب) ∨ ـ ب) ∨ ـ ء

(ك ∧ ف) ← ء

ـ أ

(ف ∧ ك)

ـ ب

ما الذي نحتاجه لاشتقاق النتيجة (ـب) ؟ المقدمة الأولى تخبرنا بأن :

ـ ب ⇐ (ـ ـ ء .) + (أ ∨ ـ ب)

ومن الواضح أن (ـ ـ ء) تتكافأ ـ حسب قاعدة السلب المضعف ـ مع القضية (ء) وأن (ء) ترد بوصفها نتيجة للقضية الشرطية الواردة في المقدمة الثانية . لهذا السبب فإن .

(ء) ⇐ (ك ∧ ف)

وكما يتبين من المقدمة الرابعة فإن (ك ∧ ف) قد تمت صياغتها عبر قاعدة الاستبدال باستعمال القضية (ف ∨ ـ ك) .

يبقى إذن أن نحاول الحصول على ـ (أ ∨ ـ ب) التي تتكافأ ـ حسب قانون « دي مورجان » مع (ـ أ ∧ ـ ـ ب) . نحتاج إذن إلى (ـ أ) و(ب) (التي تتكافأ مع (ـ ـ ب)) . المقدمة الثالثة تقرر صراحة القضية (ـ أ) ، ولكن كيف يتسنى لنا الحصول على (ب) هنا ، الأمر الذي يشككنا في صحة الاستراتيجية التي تبنيناها (لاحظ كيف أن اتباع استراتيجية بعينها قد يقود إلى طريق مسدود) .

على ذلك ، فإنه بمقدورنا الحصول على النتيجة (ـ ب) عبر إعادة صياغة المقدمة الأولى ـ باستعمال قاعدتي التوزيع والنسخ ـ بحيث تقرر [(أ ∨ (ـ ب ∨ ـ ب)) ∨ ـ ء] أولاً ، ثم (أ ∨ ـ ب) ∨ ـ ء ثانياً .

الشكل النهائي للإثبات ستتخذ حينئذ الصورة التالية :

1 .	[((أ ∨ ـ ب) ∨ ـ ب) ∨ ـ د]	مقدمة
2 .	(ك ∧ ف) ← د	مقدمة
3 .	ـ أ	مقدمة
4 .	(ف ∧ ك)	مقدمة
5 .	[(أ ∨ (ـ ب ∨ ـ ب)) ∨ ـ د]	1 ، Dist
6 .	(أ ∨ ـ ب) ∨ ـ د	5 ، Dop
7 .	(ك ∧ ف)	4 ، Com
8 .	د	2 ، 7 ، MP
9 .	ـ ـ د	8 ، DN
10 .	(أ ∨ ب)	6 ، 9 ، DS
11 .	ـ ب	10 ، 3 ، DS

وأخيراً سوف نقوم بطرح بعض الأمثلة التي من شأنها ترسيخ قواعد النسق الطبيعي في ذهن القارىء :

• [أ ← (ب ← س)]

(أ ← (أ ← س))

1 .	[أ ← (ب ← س)]	مقدمة
2 .	((أ ∧ ب) ← س)	1 ، Exp
3 .	((ب ∧ أ) ← س)	2 ، Com
4 .	(ب ← (أ ← س))	3 ، Exp

• ك

(ب ← ك)

هناك أكثر من سبيل لإثبات صحة هذا البرهان :

1 .	ك	مقدمة
2 .	-ب ∨ ك	1 ، Add
3 .	(ب ← ك)	2 ، CE

1 .	ك	مقدمة
2 .	ب	افتراض
3 .	--ك	1 ، DN
4 .	ك	3 ، DN
5 .	(ب ← ك)	2 ، 4 ، CP

• س

ص

(س ≡ ص)

1 .	س	مقدمة
2 .	ص	مقدمة
3 .	(-س ∨ ص)	2 ، Add
4 .	(-ص ∨ س)	1 ، Add
5 .	(س ← ص)	3 ، CE
6 .	(ص ← س)	4 ، CE
5 .	(س ← ص) ∧ (ص ← س)	5 ، 6 ، Con
6 .	(س ≡ ص)	5 ، BE

• - (س ← ص)

(س ∧ - ص)

1 .	- (سـ ← صـ)	CE ، 2
3 .	(- - سـ ∧ - صـ)	DM ، 2
4 .	(سـ ∧ - صـ)	DN ، 3

● (سـ ∧ - سـ)

عـ

(لاحظ كيف يعبر هذا البرهان عن المبدأ المنطقي القائل بسلامة أي برهان يتخذ قضية متناقضة بوصفها مقدمته الوحيدة (أو بوصفها إحدى مقدماته) بغض النظر عن نتيجته ، ذلك البرهان الذي يعبر عنه بالقول بأن المحال يبرهن على أي شيء نريد البرهنة عليه) .

1 .	(سـ ∧ - سـ)	مقدمة
2 .	- عـ	افتراض
3 .	- - (سـ ∧ - سـ)	DN ، 1
4 .	(سـ ∧ - سـ)	DN ، 3
5 .	عـ	IP ، 4 ، 2

● سـ

(عـ ← سـ)

1 .	سـ	مقدمة
2 .	- عـ ∨ سـ	Add ، 1
3 .	(عـ ← سـ)	CE ، 2

ويمكن إثبات سلامة هذا البرهان بطريقة أخرى :

1 . س — مقدمة

2 . ع — افتراض

3 . --س — DN ، 1

4 . س — DN ، 3

5 . ع ← س — CP ، 2 – 4

● . (أ ∨ ب)

---ب

1 . -(أ ∨ ب) — مقدمة

2 . (-أ ∧ -ب) — DM ، 1

3 . -ب — Sim ، 2

4 . ---ب — DN ، 3

يبقى أن نشير إلى أنه ليس بمقدورنا استعمال النسق الطبيعي لإثبات فساد أي برهان ؛ ذلك أنه إذا لم نتمكن من استخلاص نتيجة برهان ما من مجموع مقدماته فقد يكون الأمر راجع إلى قصور كامن فينا ، ولذا فإن عجزنا عن استخلاص تلك النتيجة قد لا يكون راجعاً إلى فساده . على ذلك ـ وكما سوف نوضح في فصل قادم ـ فإن هذا الأمر لا يعبر عن قصور النسق الطبيعي الذي يتميز بخصائص تكفل صحته من وجهة نظر منطقية .

* * *

تحديد أنواع القضايا في النسق الطبيعي القضوي

أسلفنا أنه ليس بمقدور النسق الطبيعي البت في أمر أي مفهوم يتم تعريفه عبر استعمال فكرة الاحتمال . ولأن مفهوم القضية العارضة مُعرّف على ذلك النحو ، ولأن مفهومي القضية التكرارية والقضية المتناقضة ليسا معرفين على ذلك النحو ، فإن النسق الطبيعي قادر فحسب على البت في أمر القضايا التكرارية

والقضايا المتناقضة .

القضايا التكرارية تعرف في النسق الطبيعي كما يلي :

* تعد (سـ) قضية تكرارية إذا وفقط إذا أمكن إثباتها دون افتراض أية قضية .

وعادة ما يعبر عن هذا التعريف بالقول :

* (سـ) تكرارية إذا وفقط إذا ∅ |— سـ .

الأمثلة التالية توضح هذا التعريف :

● تعتبر القضية (أ←أ) قضية تكرارية لأنه بالإمكان اشتقاقها ـ كنتيجة ـ دون افتراض أية مقدمات :

1 .	∅	
2 .	← أ	افتراض
3 .	ــ أ	DU ، 2
4 .	أ	DN ، 3
5 .	(أ ← أ)	CP ، 4 – 2

وبالإمكان التعبير عن ذات الإثبات دون ذكر للفئة الخالية ∅ كما يلي :

1 .	← أ	افتراض
2 .	ــ أ	DN ، 1
3 .	أ	DN ، 2
4 .	(أ ← أ)	CP ،3 – 1

● (أ ∨ ـأ) قضية تكرارية ، كما هو مثبت في الشكل التالي :

1 .	← ـ(أ ∨ ـأ)	افتراض
2 .	(ـأ ∧ ــأ)	DM ، 1
3 .	(أ ∨ ـأ)	IP ،2 – 1

● وأخيراً ، فإن القضية ((ـ س ← س) ← س) تعد تكرارية أيضاً :

1 .	← (ـ س ← س)	افتراض
2 .	← ـ س	افتراض
3 .	س	1 ، 2 ، MP
4 .	(س ∧ ـ س)	2 ، 3 ، CON
5 .	س	2 – 4 ، IP
6 .	(ـ س ← س) ← س	1 – 5 ، CP

في المقابل ، يمكن تعريف القضية المتناقضة على النحو التالي :

* (س) قضية متناقضة إذا وفقط إذا س ⊢ (ص ∧ ـ ص) كما يمكن تعريفها بالقول :

* (س) متناقضة إذا وفقط إذا ∅ ⊢ ـ س (أي إذا كان نقيضها عبارة عن قضية تكرارية) .

● القضية (س ≡ ـ س) تعد متناقضة ، كما هو مبرهن عليه في الشكل الآتي :

1 .	← (س ≡ ـ س)	افتراض
2 .	(س ← ـ س) ∧ (ـ س ← س)	1 ، BE
3 .	(س ← ـ س)	2 ، Sim
4 .	(ـ س ← س)	2 ، Sim
5 .	(ـ س ∨ ـ س)	3، CE
6 .	ـ س	5 ، Dup
7 .	(ـ ـ س ∨ س)	4 ، CE
8 .	(س ∨ س) .	7 ، DN
9 .	س	8 ، Dup
10 .	(س ∧ ـ س)	9 ، 6 ، Con
11 .	ـ (س ≡ ـ س)	1 – 10 ، CI

القضية (س ≡ ـ س) تعد متناقضة لأنها أدت إلى الحصول على تناقض

(كما توضح الخطوات 1 – 10) ، وتعد متناقضة أيضاً لأن نقيضها ـ (سہ ≡ ـ سہ) يعبر عن قضية تكرارية يمكن اشتقاقها من الفئة الخالية .

● أيضاً فإن القضية [(أ ∨ ـ أ) ← (سہ ∧ ـ سہ)] تعتبر متناقضة ، كما هو مبين في الشكل التالي :

1 .	(أ ∨ ـ أ) ← (سہ ∧ ـ سہ)	افتراض
2 .	ـ (أ ∨ ـ أ)	افتراض
3 .	(ـ أ ∧ ـ أ)	2 ، DM
4 .	(أ ∨ ـ أ)	2 – 3 ، IP
5 .	(سہ ∧ ـ سہ)	1 ، 4 ، MP

● وأخيراً ، تعتبر القضية ((أ ← ب) ∧ (أ ∧ ـ ب)) متناقضة ، كما يتضح من الشكل التالي :

1 .	((أ ← ب) ∧ (أ ∧ ـ ب))	افتراض
2 .	(أ ← ب)	1 ، Sim
3 .	(أ ∧ ـ ب)	1 ، Sim
4 .	أ	3 ، Sim
5 .	ـ ب	3 ، Sim
6 .	ب	2 ، 4 ، MP
7 .	(ب ∧ ـ ب)	6 ، 5 ، Con

* * *

تحديد العلاقات بين القضايا في النسق الطبيعي القضوي :

قلنا إنه بمقدور النسق الطبيعي البت في أمر القضايا التي يتم تعريفها باستعمال مفهوم الاستحالة فقط ؛ ولأن التقابل والدخول تحت التقابل يعرفان باستعمال مفهوم الاحتمال ، فليس بمقدور هذا النسق التعامل معها بشكل مباشر ، وإن كانت لديه القدرة على التعامل معها بشكل غير مباشر . هذا يرجع إلى أن

إثبات قيام علاقة التلازم ـ أو التناقض ـ بين أية قضيتين يضمن عدم قيام علاقتي التقابل والدخول تحت التقابل بينهما .

على ذلك ، فإنه بمقدور هـذا النسق التعامـل بشكل مبـاشر مـع مفاهيم الاستلزام والتلازم والتناقض ، تلك المفاهيم التي تعرف على النحو التالي :

* سـ تستلزم صـ إذا وفقط إذا (سـ |— صـ) .

* سـ تتلازم مع صـ إذا وفقط إذا (سـ |— صـ ، صـ |— سـ) .

* سـ تتناقض مع سـ إذا وفقط إذا (سـ |— ـ صـ ، صـ |— ـ سـ) .

الأمثلة التالية توضح الكيفية التي يتم بها استعمال النسق الطبيعي في تطبيق تلك التعاريف .

● القضية (سـ ≡ صـ) تستلزم القضية (صـ ∨ ـ سـ) :

1 .	(سـ ≡ صـ)	مقدمة
2 .	[(سـ ← صـ) ∧ (صـ ← سـ)]	BE ، 1
3 .	(سـ ← صـ)	Sim ، 2
4 .	(ـ سـ ∨ صـ)	CE ، 3
5 .	(ـ سـ ∨ صـ)	CE ، 3
5 .	(صـ ∨ ـ سـ)	Com ، 4

● القضية ك تتلازم مع القضية ك ، وبالجملة فإن أية قضية تتلازم مع نفسها :

1 .	ك	مقدمة
2 .	ـ ك ←	افتراض
3 .	(ك ∧ ـ ك)	Con ، 2 ، 1
4 .	ك	IR ، 3 – 2

1 .	ك	مقدمة
2 .	ك ∧ ك	Dup ، 1
3 .	ك	Sim ، 2

● أيضاً فإن القضية (سـ ∨ صـ) تتلازم مع القضية (صـ ∨ سـ) ، وبالجملة فإن

كل طرفين من أطراف أية قاعدة استعاضية متلازمان :

1 .	(سـ ∨ صـ)	مقدمة
2 .	(صـ ∨ سـ)	Com ، 1

1 .	(صـ ∨ سـ)	مقدمة
2 .	(سـ ∨ سـ)	Com ، 1

● القضيـة ع تتناقض مـع القضية ـ ع ، وبـالجملة فإن أيـة قضية تتنـاقض مع نقيضها :

1 .	ع	مقدمة
2 .	ـ ـ ع	DN ، 1

1 .	ـ ع	مقدمة
2 .	← ع	افتراض
3 .	ع ∧ ـ ع	Con ، 2 ، 1
4 .	ـ ع	Il ، 3 − 2

هنا نجد أن العلاقة بين (ع) و(ـ ع) هي علاقة تناقض على اعتبار أن ع ⊢ ـ (ـ ع) ، ـ ع ⊢ ـ (ع) .

● أيضاً فإن القضية (أ ← ـ ب) تتناقض مع القضية ـ (ـ أ ∨ ـ ب) ، كما هو موضح في الشكلين التالين :

1 .	(أ ← ـ ب)	مقدمة
2 .	(ـ أ ∨ ـ ب)	CE ، 1
3 .	ـ ـ (ـ أ ∨ ـ ب)	DN ، 2

1 .	(ـ أ ∨ ـ ب)	مقدمة
2 .	ـ (أ ← ـ ب)	CE . 1

* * *

وفي الختـام ، ننوه إلى عـدم وجود تعـريف لمفهـوم الاتسـاق في النسق الطبيعي ، وإلى أن تعريف مفهوم عدم الاتساق يتشابه إلى حد كبير مع تعريف مفهوم القضية المتناقضة ، حيث إنه يقرر :

* تعـد الفئة { سـ$_1$ ، سـ$_2$ ، . . . ، سـ$_ن$ } فئـة غير متسقـة إذا وفقط إذا { سـ$_1$ ، سـ$_2$ ، . . . ، سـ$_ن$ } ⊢ (صـ ∧ ـ صـ) .

مثال : الفئة { (أ ∧ ب) ، (أ ← -أ) } غير متسقة كما هو موضح في الشكل التالي :

1 .	(أ ∧ ب)	مقدمة
2 .	(أ ← -أ	
3 .	أ	1، Sim
4 .	-أ	2، 3، MP
5 .	(أ ∧ -أ)	3 – 4، Con

أيضاً ، فإن الفئة { (أ ≡ ب) ، (ب ← ع) ، (أ ∧ -ع) } تعبر عن فئة غير متسقة ، وذلك على اعتبار إمكان اشتقاق قضية متناقضة من أعضائها ، كما هو موضح في الإثبات التالي :

1 .	(أ ≡ ب)	مقدمة
2 .	(ب ← ع)	مقدمة
3 .	(أ ∧ -ع)	مقدمة
4 .	[(أ ← ع) ∧ (ع ← أ)]	1، BE
5 .	(أ ← ع)	4، Sim
6 .	أ	3، Sim
7 .	-ع	3، Sim
8 .	ع	5 – 6، MP
9 .	(ع ∧ -ع)	8، 7، Con

* * *

أسئلة وتمارين الفصل الرابع

1 ـ برهن على سلامة البراهين التالية :

● (أ ∨ ب) ← (س ∧ ء)

(أ ← س)

● (أ ∨ ب) ← ـ(ء)

(س ∧ ـء) ← ـ(ء ← ـك)

(ء ∧ ك) ← (ف ∧ ج)

ف ← (ج ← ر)

(أ ← ر)

● (أ ∨ ب) ← س

(ف ∨ ج) ← ه

(أ ∨ ف) ← (س ∨ ه)

● أ ← (ن ← (س ∧ ء))

س ← (ك ← (ه ∧ ك))

(ف ← ـك)

(أ ∧ ب) ← (ف ← ـك))

• (س ∨ ت)

(س ← ت)

ت

• (س ∨ ص) ← ـ ع

((س ∨ ص) ← ـ ع) ← ـ (ع ∧ س)

• (أ ≡ ب)

(ب ← حـ)

ـ أ ∨ حـ

• (س ← ص)

(س ∨ ع)

ع ← ع

(ـ ص ← ص)

• (ك ≡ س) ∧ ل

(ـ س ∨ ر)

(ـ ك ∨ ر)

2 ـ ميز بين القضايا التكرارية والقضايا المتناقضة :

• (أ ∨ ـ أ) ← ((ب ← حـ) ∧ (ب ∧ ـ حـ))

• ((س ∨ ص) ∧ (س ← ك) ∧ (ص ← ك)) ← ك

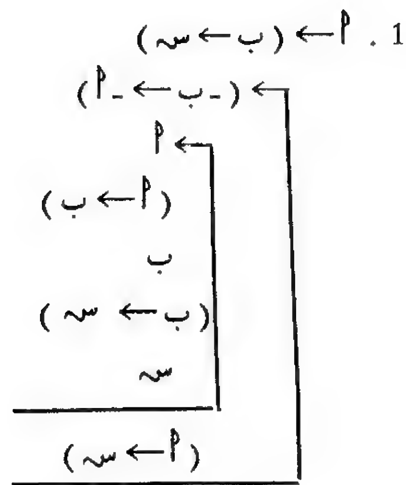
• ((أ ≡ ب) ∧ ـ أ) ← (ـ ب ∨ ـ ب)

3 ـ حدد الأخطاء المرتكبة في إثباتات البراهين التالية :

1 .	(أ ∨ ب) ← س	مقدمة
2 .	(ف ∨ ج) ← هـ	مقدمة
3 .	← أ	افتراض
4 .	(أ ∨ ب)	3 ، Add
5 .	س	1، 4، MP
6 .	(أ ← س)	3 – 5، CP
7 .	← ف	افتراض
8 .	(ف ∨ ج)	7 ، Add
9 .	هـ	2، 8 ، MP
10 .	(ف ← هـ)	7 – 9 ، CP
11 .	(س ∧ هـ)	5، 9 ، Con

1 .	(أ ∨ -هـ)	افتراض
2 .	(--أ ∨ -هـ)	1 ، DN
3 .	(-أ ← -هـ)	2 ، CE
4 .	(هـ ← أ)	3 ، Cont
5 .	← هـ	افتراض
6 .	أ	4 – 5، MP
7 .	هـ ← أ	5 – 6 ، CP
8 .	← أ	افتراض
9 .	(أ ∧ هـ)	5 – 6، Con
10 .	أ ← (أ ∧ هـ)	8 – 9، CP
11 .	(أ ∧ هـ)	6، 10 ، MP
12 .	هـ	11، Sim

4 . برر كل خطوة من خطوات الإثبات التالي :



5ً. عرف المفاهيم التالية باستعمال النسق الطبيعي :

- البرهان السليم .
- الفئة غير المتسقة .
- علاقة التلازم .
- القضية التكرارية .

6 ـ بين الأسباب التي تستدعي عدم قدرة النسق الطبيعي على اثبات فساد البراهين الفاسدة .

7 ـ لماذا سمي النسق الطبيعي بهذا الاسم ؟ وهل تعد « طبيعية » هذا النسق أمراً مرغوباً فيه من وجهة نظر المنطق ؟

* * *

الفصل الخامس

صحّة الأنساق المنطقية وتمامها

- جوهرية القواعد المنطقية .
- الاستقراء الرياضي .
- صحة الأنساق المنطقية .
- تمام الأنساق المنطقية .
- أسئلة الفصل الخامس .

قبل الشروع في تعريف بعض المفاهيم التي تلعب دوراً فاعلاً في البرهنة على صحة الأنساق المنطقية وتمامها ، وقبل أن نقوم بتعريف ذينك المفهومين ، نود تقرير ما يلي :

- إن الأحكام التي سنقوم باصدارها بخصوص البنسق الطبيعي (ن ط)الذي قمنا بطرحه في الفصل الرابع من هذا الكتاب تسري على طائفة أخرى من الأنساق الطبيعية التي تتضمن فئات مغايرة من القواعد الاشتقاقية والاستعاضية التي تشكل (ن ط) .

- إن تلك الأحكام تسري أيضاً على نسق الشجرة الذي تم نقاشه في الفصل الثالث .

- إن الأمور التي نناقشها في هذا الفصل تنتمي إلى مجال فلسفة المنطق ، وبمقدور القارىء غير المتخصص في دراسة علم المنطق إغفالها تماماً ، على اعتبار أن فهم سائر فصول هذا الكتاب ليس وقفاً على استيعابها .

سوف نقوم الآن باستعراض بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بأمر صحة الأنساق المنطقية وتمامها .



جوهرية القواعد المنطقية :

أسلفنا في الفصل الرابع أن (ن ط) يتضمن مجموعة من القواعد المنطقية غير الجوهرية ، وقلنا أن تبيان عدم جوهرية أية قاعدة يتطلب فحسب البرهنة على

إمكان الاستغناء عنها تماماً في أي إثبات يعول عليها . الأمثلة التالية توضح هذا المفهوم :

● اعتبر القاعدة سہ:: ـ ـ سہ

إذا استطعنا البرهنة على إمكان اشتقاق كل طرف من أطراف هذه القاعدة من الطرف الثاني دون استعمال القاعدة نفسها ، فهذا يعني أنها قاعدة غير جوهرية . الشكلان التاليان يوضحان الطريقة التي تتم بها تلك البرهنة :

1 .	سہ	مقدمة
2 .	ـ سہ	افتراض
3 .	(سہ ∧ ـ سہ)	Con ،1 ،2
4 .	ـ ـ سہ	IP ،3 – 2

1 .	ـ ـ سہ	مقدمة
2 .	ـ سہ	افتراض
3 .	(ـ سہ ∧ ـ ـ سہ)	Con ،1 ،2
4 .	ـ سہ	IP ،3 – 2

● القـاعـدة ـ (أ ∨ ب) :: (ـ أ ∧ ـ ب) ـ والتي تعـرف بـاسم قـاعـدة « دي مورجان » ـ ليست جوهرية أيضاً ، كما هو موضح في الإثباتين التاليين :

1 .	ـ (أ ∨ ب)	مقدمة
2 .	أ	افتراض
3 .	(أ ∨ ب)	Add. ، 2
4 .	[(أ ∨ ب) ∧ ـ (أ ب)]	Con ، 1 ، 3
5 .	ـ أ	IP ، 4 – 2
6 .	ب	افتراض
7 .	(أ ∨ ب)	Add ، 6
8 .	[(أ ∨ ب) ∧ ـ (أ ∨ ب)]	Con ، 1 ، 7
9 .	ـ ب	IP ، 8 ، 6
10 .	(ـ أ ∧ ـ ب)	Con ، 5 ، 9

1 .	(ـ أ ∧ ـ ب)	مقدمة
2 .	(أ ∨ ب)	افتراض
3 .	ـ أ	1 ، Sim
4 .	ـ ب	1 ، Sim
5 .	ب	2 – 4 ، DS
6 .	(ب ∧ ـ ب)	5 – 4 ، Con
7 .	ـ(أ ∨ ب)	2 – 6 ، IP

يوضح هذان المثالان إمكان الاستغناء تماماً عن عدد من القواعد التي يتضمنها النسق المنطقي الذي سلف نقاشه في الفصل الرابع ، وكما سوف نوضح قبل نهاية هذا الفصل فإن النسق المنطقي الذي يتضمن أي عدد من القواعد اللاجوهرية يتكافأ منطقياً مع ذات النسق في حال إسقاط تلك القواعد .

* * *

الاستقراء الرياضي (Mathematical Jnduction) :

عادة ما يلعب مفهوم الاستقراء الرياضي دوراً أساسياً في البرهنة على أية قضية يراد تقريرها بخصوص أي عدد لامتناه من الأشياء . ولأن سياق الحديث يتطرق بنا في هذا الفصل إلى أمر تمام الإنساق المنطقية وصحتها ، ولأن هذا الأمر يتعلق بعدد لامتناه من القضايا ، فإن البرهنة عليه تتطلب توضيحاً لنهج ذلك النوع من الاستقراء .

والواقع أن تسمية « الاستقراء الرياضي » بهذه التسمية تعد مضللة ، وذلك على اعتبار أنه لا يمت لفكرة الاستقراء ـ بمعناها المنطقي ـ بأية صلة . إن الاستقراء ـ بذلك المعنى ـ لا يضمن صحة النتائج التي تستقى عبر نهجه ، في حين أن الاستقراء الرياضي يعد نهجاً فعالاً بمقدوره ضمان صحة النتائج التي يفضي إليها .

أول ما يتطلبه تطبيق هذا النهج هو ترتيب الأشياء (أو القضايا) التي ينطبق عليها الخاصية المراد إثباتها في شكل متتابعة بحيث يتخذ كل شيء منها موضعاً بعينه . هكذا تترتب المتتابعة اللامتناهية بحيث يكون فيها عضو أول ، وعضو ثان ، وعضو ثالث ، وهكذا إلى ما لا نهاية . أما بخصوص الشكل العام الذي يتخذه برهان الاستقراء الرياضي ، فإن في وسعنا أن نعبر عنه على النحو التالي :

- الخطوة الأساسية :

يتصف أول أعضاء المتتابعة بالخاصية المعنية .

- الخطوة الاستقرائية :

بالنسبة لكل عضو من أعضاء المتتابعة ، إذا اتصفت الأعضاء السابقة لذلك العضو بتلك الخاصية ، فإنه يتصف بذات الخاصية .

إذن ، يتصف كل أعضاء المتتابعة بتلك الخاصية .

هكذا يتبين لنا أن الخلاص إلى نتيجة مفادها تقرير اختصاص كل أعضاء المتتابعة بخاصية بعينها يتطلب إثبات أمرين ؛ اتصاف العضو الأول بها ، واستلزام اتصاف الأعضاء التي تسبق أي عضو بتلك الصفة لاتصاف ذلك العضو بها . هذا برهان سليم تضمن مقدماته ضماناً مطلقاً صدق النتيجة التي يفضي إليها .

المثال التالي يبين السبيل الذي يطبق به برهان الاستقراء الرياضي : هب أننا وددنا البرهنة على أن اللغة الرمزية التي دأبنا على استعمالها طيلة الفصول السابقة ـ بما تتضمنه من قواعد تركيبية ـ لا تسمح إلا بقضايا ذات أعداد زوجية من الأقواس (بمعنى أن عدد الأقواس اليمنى في أية قضية تجيزها تلك القواعد يساوي عدد الأقواس اليسرى فيها) .

بداية يتعين علينا ترتيب القضايا حسب معيار بعينه ؛ وفي هذا الصدد نقترح الترتيب المؤسس على عدد مواضع الدوال الصدقية (لاحظ أننا نشير إلى « عدد مواضع الدوال الصدقية » ولا نشير إلى « عدد الدوال الصدقية » ، وذلك حتى يتسنى لنا اعتبار الدوال الصدقية المكررة . وعلى سبيل المثال ، فإن القضية

[ب ٧ (~س ٧ ~ص)] تتضمن دالة صدقية واحدة ، لكنها تتضمن موضعين مختلفين لتلك الدالة) .

بعد ذلك ، نقوم بتقسيم القضايا إلى فئات مرتبة على النحو التالي :

- القضايا الأولية الموجبة ، مثل أ ، ب ، س ، وهنا يكون عدد مواضع الدوال الصدقية صفراً .
- القضايا ذات الموضع الواحد ، مثل ـ أ ، (أ ٧ أ) ، (ف ← ~س) .
- القضايا ذات الموضعين ، مثل ـ ـ أ ، (ـ أ ← ب) ، [أ ٧ (ب ٧ حـ)] .
- وهكذا إلى ما لا نهاية .

هنا يتخذ البرهان الاستقرائي الشكل التالي :

- الخطوة الأساسية :

يتساوى عدد الأقواس اليمنى في كل قضية أولية موجبة مع عدد الأقواس اليسرى .

- الخطوة الاستقرائية :

إذا كان عدد الأقواس اليمنى في كل قضية عدد مواضع الدوال الصدقية هو (ك) (أو أقل من ك) يساوي عدد الأقواس اليسرى ، فإن عدد الأقواس اليمنى في كل قضية عدد مواضع الدوال الصدقية فيها هو (ك + 1) يساوي عدد الأقواس اليسرى .

إذن ، عدد الأقواس اليمنى في كل قضية يساوي عدد الأقواس اليسرى .

البرهان (مفصلاً) :

الخطوة الأساسية :

تخلو القضايا الأولية الموجبة ـ بالتعريف ـ من أية مواضع للدوال الصدقية ، أي أن عدد تلك المواضع يساوي صفراً ، ومن ثم فإن عدد الأقواس اليمنى يساوي عدد الأقواس اليسرى .

الخطوة الاستقرائية :

هنا نلاحظ أن ما تقرره هذه الخطوة عبارة عن قضية شرطية ، ومن المعروف ـ بناء على قاعدة الأفتراض ـ أنه بالمقدور إثبات أية قضية شرطية عبر افتراض مقدمتها والبرهنة على نتيجتها . لهذا السبب ، فإننا سوف نفترض أن :

عدد الأقواس اليمنى في كل قضية يبلغ عدد مواضع الدوال الصدقية فيها (ك) أو (أقل من ك) يساوي عدد الأقواس اليسرى فيها ، وسنحاول البرهنة على أن :

عدد الأقواس اليمنى في كل قضية يبلغ عدد مواضع دوالها الصدقية (ك + 1) يساوي عدد الأقواس اليسرى فيها .

وبطبيعة الحال ، فإن عدد تلك المواضع يساوي واحداً على الأقل ، الأمر الذي يعني أن القضايا المشار إليها مركبة بالضرورة وأن رابطها الأساسي إما أن يكون رابط السلب أو الوصل أو الفصل أو الشرط أو التكافؤ . بكلمات أخرى ، فإن شكول تلك القضايا ستتخذ إحدى الصور التالية :

ـ أ ، (أ ∧ ب) ، (أ ∨ ب) ، (أ ← ب) ، أو (أ ≡ ب) .

الحالة الأولى : القضية المعينة هي ـ أ :

في هذه الحالة يكون عدد مواضع الدوال الصدقية هو (ك + 1) ، وذلك على اعتبار أن عددها في أ هو (ك) . وبناء على الافتراض الاستقرائي ، فإن عدد الأقواس اليمنى مساو لعدد الأقواس اليسرى في القضية أ . وبما أن ـ أ تتضمن ذات العدد ، فإن عدد الأقواس اليمنى فيها مساو لعدد الأقواس اليسرى .

الحالة الثانية : وفيها تكون القضية المركبة المعينة متخذة لأحد الشكـول التالية :

(أ ∧ ب) ، (أ ∨ ب) ، (أ ← ب) ، أو (أ ← ب) .

هنا نجد أن عدد مواضع الدوال الصدقية في أ وب هو (ك) أو (أقل من ك) ، ولذا فإنه بناء على ما افترضناه في الافتراض الاستقرائي ، فإن عدد الأقواس

اليمنى في كل قضية مركبة من ذلك القبيل سيكون بالضرورة مساوياً لعدد الأقواس اليسرى فيها ، وذلك على اعتبار أن الفارق الوحيد بينهما قد نتج عن إضافة قوس أيمن وقوس أيسر ، الأمر الذي يضمن بقاء العددين على حالهما من حيث التساوي .

هكذا نتمكن ـ باستعمال الاستقراء الرياضي ـ من البرهنة على اتصاف عدد لامتناه من الأشياء ـ هي قضايا المنطق ـ بخاصية بعينها (هي تساوي عدد الأقواس اليسرى مع عدد الأقواس اليمنى) دون أن نقوم بالمهمة المستحيلة الخاصة بإثبات اختصاص كل عضو من تلك الفئة اللامتناهية بتلك الخاصية .

* * *

صحة الأنساق المنطقية :

ما الذي يدعونا إلى الثقة في حكم أي نسق منطقي يقضي بسلامة أي برهان ؟ وما الذي يدعونا إلى التشكيك في مصداقية الأحكام التي يخلص إليها أي نسق بخصوص سلامة أي برهان ؟

الإجابة عن السؤال الثاني ـ كما سوف نوضح ـ أيسر بكثير من الإجابة عن السؤال الأول . هب أن منطقياً قد طرح نسقاً منطقياً يتضمن القاعدة الاشتقاقية التالية :

(أ ∨ ب)

―――――

(أ ∧ ب)

وهي قاعدة تخول الانتقال من أية قضية فصيلة إلى قضية وصلية تصل بين طرفي تلك القضية .

نستطيع ـ بكل بساطة ـ البرهنة على عدم صحة نسقه ـ بغض النظر عن القواعد الاشتقاقية الأخرى التي يعتد بها ذلك النسق ـ بمجرد الإشارة إلى أن تلك القاعدة تجيز الحكم بسلامة برهان نعرف ـ بناء على (ن ج ص) ـ أنه غير سليم .

المثال التالي يوضح هذا الأمر :

إما أن العدد 3 عدد فردي أو زوجي .

إذن ، العدد 3 عدد فردي وزوجي في آن واحد .

هذا برهان فاسد ، وخير شاهد على فساده يرجع إلى صدق مقدمته وبطلان نتيجته . وبالطبع ، فإن صدق مقدمات أي برهان وبطلان نتيجته يستلزمان احتمال صدق تلك المقدمات وبطلان النتيجة (وهذا بالضبط ما يعنيه أمر فساده حسب التعريف العام للبرهان السليم الذي قمنا بطرحه في الفصل الأول) . فضلاً عن ذلك ، وهذا هو الأمر الهام ، فإنه بمقدورنا استعمال نسق جداول الصدق لإثبات فساد ذلك البرهان ، وذلك على النحو التالي :

أ	ب	(أ ∨ ب)	(أ ∧ ب)	
T	T	(T)	(T)	
T	F	(T)	(F)	→
F	T	(T)	(F)	→
F	F	(F)	(F)	

هنا نجد أن القيمة الصدقية الثانية ـ شأنها في ذلك شأن القيمة الصدقية الثالثة ـ تعين القيمة (T) لمقدمة البرهان الوحيدة ، وتعين القيمة (F) نتيجته ، وهذا بالضبط ما يعنيه فساد ذلك البرهان حسب تعريفه المطروح في الفصل الثاني .

في وسعنا الآن أن نعرّف مفهوم « عدم صحة الأنساق المنطقية » على النحو التالي .

* يعد النسق المنطقي غير صحيح (Unsound) إذا ـ وفقط إذا ـ كان هناك برهان واحد على الأقل يتصف بأنه :

1 ـ برهان سليم حسب قواعد ذلك النسق .

2 ـ برهان فاسد حسب قواعد نسق جداول الصدق .

هكذا نجد أنه بالإمكان البرهنة على عدم صحة أي نسق منطقي بمجرد الإشارة إلى برهان واحد يجيز ذلك النسق سلامته ويعد من وجهة نظر نسق جداول الصدق فاسداً .

في المقابل ، فإن البرهنة على صحة أي نسق منطقي تستدعي البت في أمر كل البراهين التي يعتد ذلك النسق بسلامتها والتأكد من كونها سليمة من وجهة نظر نسق جداول الصدق . ولأن عدد البراهين التي يجيز أي نسق سلامتها ـ بغض النظر عن مدى محدودية عددها ـ يعد لامتناهياً ، فإنه لا سبيل للبرهنة على صحة أي نسق منطقي دون اللجوء إلى نهج الاستقراء الرياضي (هذا بالضبط هو مبرر حديثنا عن هذا النهج) .

على هذا النحو ، يمكن تعريف مفهوم صحة الأنساق المنطقية كالتالي :

* يعد النسق المنطقي صحيحاً إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك أي برهان يتصف بأنه :

1 ـ سليم حسب قواعد ذلك النسق .

2 ـ فاسد حسب قواعد نسق جداول الصدق .

لاحظ كيف أن أمر إثبات صحة أي نسق منطقي يعد غاية في الأهمية ؛ إذا اتضح عدم صحة أي نسق ، فليس لنا أن نعتد بأحكامه التي تقرر سلامة أي برهان ، على اعتبار أنه قد يقودنا من مقدمات صادقة إلى نتيجة باطلة . في المقابل ، وكما سوف نوضح ، فإن أمر تمام أي نسق منطقي ليس على نفس القدر من الأهمية .

وقبل أن نشرع في تبيان السبيل العام الذي يتخذه شكل البرهنة على صحة الأنساق المنطقية ، نشير إلى أننا سوف نقوم باستعمال الرمزين التاليين :

● '$\Gamma \vdash$ أ' الذي يرمز إلى العبارة « يعتد النسق المنطقي المعني بسلامة البرهان الذي يتخذ من أعضاء الفئة Γ مقدمات ومن القضية أ نتيجة » .

● '$\Gamma \models$' الذي يرمز إلى العبارة « يعتد النسق المنطقي الخاص بجداول الصدق بذات البرهان بوصفه سليماً » .

وباستعمال هذين الرمزين ، نستطيع التعبير عن القضية القائلة بصحة أي نسق بمجرد تقرير القضية :

● بالنسبة لأية فئة Γ ، وبالنسبة لأية قضية أ ، إذا كانت ($\Gamma \vdash$ أ) فإن ($\Gamma \models$ أ) .

باختصار : [($\Gamma \vdash$ أ) $\Leftarrow$ ($\Gamma \models$ أ)] .

نلاحظ بداية أن البرهنة على صدق هذه القضية الشرطية تستدعي إثبات مجموعة من القضايا ، سنقوم بإثبات بعضها ونحيل أمر إثبات سائرها إلى القارىء الذي لن يجد صعوبة تذكر لا سيما إذا التزم بالشكل العام للإثباتات التي سوف نطرحها :

1 - ($\Gamma \models$ أ) $\Leftarrow$ ($\Gamma' \models$ أ) .

(Γ' عبارة عن فئة تضم Γ بوصفها فئة جزئية ، أي أن $\Gamma \subseteq \Gamma'$) .

لنفترض أن Γ = { س$_1$ ، . . . . ، س$_ن$ } ،

وأن Γ'= { س$_1$ ، . . . . ، س$_ن$ ، . . . س$_ك$ } .

ولنتفرض أن ($\Gamma \models$ أ) ، وهو افتراض تسمح لنا القضية الشرطية المـراد إثباتها بافتراضه . بعد ذلك ، سنبرهن على أن ($\Gamma' \models$ أ) .

إذا كانت ($\Gamma \models$ أ) ، فإن هذا يعني أنه ليس هناك خط أفقي يعين القيمة الصـدقية (T) لجميـع أعضاء الفئـة { س$_1$ ، . . . . ، س$_ن$ } ويعين القيمة (F) للقضية (أ) . وإذا كان ذلك كذلك ، فإنه يتعين ألا يكون هناك أي خط أفقي يعين القيمـة الصدقيـة (T) لجميع أعضـاء الفئـة { س$_1$ ، . . . . ، س$_ن$ ، . . . س$_ك$} ، ويعين القيمة الصدقية (F) للقضية (أ) ، ومن ثم ، فإن ($\Gamma' \models$ أ) .

2 - ([$\Gamma \cup$ { أ }] $\models$ ب) $\Leftarrow$ ($\Gamma \models$ [أ $\rightarrow$ ب]) .

هب أن ([Γ ∪ { أ }] |= ب) . هذا يعني أنه ليس هناك خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لاعضاء الفئة { س$_1$ ، . . . ، س$_ن$ ، أ } ويعين القيمة الصدقية (F) للقضية (ب) . وكما يستلزم تعريف الرابط الشرطي '←' الذي سلف ذكره في الفصل الثاني من هذا الكتاب ، فإن هذا الافتراض يضمن عدم وجود خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لأعضاء الفئة { س$_1$ ، . . . ، س$_ن$ } ويعين القيمة الصدقية (F) للقضية (أ ← ب) .

3 ـ إذا كانت (Γ |= أ) وكانت (Γ |= ـ أ) فإن Γ تعد فئة غير متسقة .

(سنترك إثبات هذا الأمر للقارىء) .

4 ـ إذا كانت [Γ ∪ { أ }] فئة غير متسقة فإن (Γ |= ـ أ) .

بمقدورنا إثبات هذا الأمر عبر نهج برهان الخلف (الذي يثبت الأمر بافتراض نقيضه والبرهنة على أن ذلك الافتراض يفضي إلى تناقض) وذلك على النحو التالي :

افترض أن [Γ ∪ { أ }] فئة غير متسقة ، وأن Γ ⊭ ـ أ (أي أن الفئة Γ لا تستلزم ـ أ) . الافتراض الثاني يعني وجود قيمة صدقية تعين القيمة (T) لأعضاء الفئة Γ والقيمة (F) للقضية (ـ أ) . وبالطبع فإن ذات القيمة ستعين القيمة (T) لأعضاء الفئة [Γ ∪ { أ }] ، وذلك حسب تعريف رابط السلب الوارد ذكره في الفصل الثاني . بيد أن هذا الأمر يتناقض مع افتراضنا القائل بعدم اتساق هذه الفئة الأخيرة .

5 ـ إذا كانت الفئة [Γ ∪ { ـ أ }] غير متسقة حسب جداول الصدق فإن (Γ |= أ) .

(وسنترك ثانية أمر إثبات هذه القضية للقارىء) .

في وسعنا الآن طرح الخطوط العريضة للبرهنة على صحة النسق الاستدلالي (ن ط) الذي سبق طرحه في الفصل الرابع ، وذلك على النحو التالي :

دع « $ع_{\text{ن}}$ » تشير إلى القضية الواردة في الخطوة رقم (ن) في إثبات ، ودع « $\Gamma_{\text{ن}}$ » تشير إلى الافتراضات التي يتضمن مجالها الخطوة (ن) .

البرهنة على صحة (ن ط) لا تستدعي سوى البرهنة على القضية الشرطية التالية :

$$(\Gamma_{\text{ن}} \vdash ع_{\text{ن}}) \Rightarrow (\Gamma_{\text{ن}} \models ع_{\text{ن}})$$

الخطوة الأساسية :

إذا كانت ن = 1 ، فإن :

$$(\Gamma_{1} \vdash ع_{1}) \Rightarrow (\Gamma_{1} \models ع_{1})$$

الإثبات : من البين أن أول خطوة في إثبات عبارة عن افتراض (أو مقدمة) ولذا فإن $ع_{\text{ن}}$ عضو في الفئة $\Gamma_{\text{ن}}$ ، ومن ثم فإنه ليس هناك أي خط أفقي يعين القيمة الصدقية (T) لكل أعضاء الفئة ($\Gamma_{\text{ن}}$) ـ التي تتضمن العضو ($ع_{\text{ن}}$) ـ ويعين القيمة الصدقية (F) للقضية ($ع_{\text{ن}}$) . ومن كل هذا نخلص إلى أن ($\Gamma_{\text{ن}} \models ع_{\text{ن}}$) ، وهذا هو المطلوب إثباته .

الخطوة الاستقرائية :

بالنسبة لأية خطوة (ن) ، إذا كانت (ن) ، أقل من (ك + 1) ، فإن :

$$(\Gamma_{\text{ن}} \vdash ع_{\text{ن}}) \Rightarrow (\Gamma_{\text{ك} + 1} \vdash ع_{\text{ك} + 1}) .$$

ولإثبات هذه الخطوة نفترض صدق القضية بالنسبة للرقم (ن) في حال كونه أقل من (ك + 1) ، ونثبت صدقها بالنسبة لهذا العدد الأخير . هنا بالضبط يتعين أن نعني بكل قاعدة من القواعد الاشتقاقية والقواعد الاستعاضية التي يتضمنها النسق الطبيعي ، فضلاً عن قاعدتي الافتراض الشرطي والإثبات غير المباشر . بيد أننا ـ درء للتكرار ـ سوف نعني فحسب بقاعدة الاضافة ، وسيكتشف القارىء أن أمر اثبات صحة سائر القواعد بيسر إثبات صحة هذه القاعدة .

- هب أن القضية ($ع_{\text{ك}}$ + 1) الواردة في الخطوة (ك + 1) مبررة باستعمال قاعدة الاضافة . هذا يعني أنها ترد على النحو التالي :

الخطوة سہ	أ
الخطوة (ك + 1)	(أ ∨ ب)

بنـاء على الخطوة الاستقـرائية ، نعـرف أن الفئة (Γ سہ) تستلزم حسب جداول الصدق القضية الواردة في الخطوة (سہ) . ولأن هذه القضية تعبر عن أحد طرفي القضية (أ ∨ ب) ، فإن صدقها يضمن باستمرار صدق القضية (أ ∨ ب) ، وذلك حسب (ن ج صہ) . ومن ثم فإن الانتقال الذي يتم عبر تطبيق قاعدة الإضافة يعد صحيحاً ، أي أن :

(Γن ⊢ ع ن) باستعمال تلك القاعدة يضمن (Γ ك +1 ⊨ ع ك + 1) .

* * *

تمام الأنساق المنطقية :

طرح نسق منطقي صحيح قد يكون أمراً غاية في اليسر ؛ يكفي على سبيل المثال أن نطرح نسقاً يتضمن قاعدة الإضافة ـ التي سبق لنا تبيان صحتها ـ وسيكون في حوزتنا نسق صحيح . وكما أسلفنا ، فإن سهولة طرح مثل هذا النسق لا تفي بأي حال عدم أهمية مفهوم الصحة ؛ فالنسق غير الصحيح غير مجد على وجه الإطلاق ، والاحتكام إليه قسمين بأن يورطنا في الانتقال إلى نتائج باطلة .

وعلى نحو مماثل ، فإن طرح نسق تام قد يكون أمراً ميسوراً ؛ وقبـل أن نوضح هذا الأمر دعونا نطرح تعريفاً لمفهوم التمام :

* يعد النسق المنطقي تاماً إذا ـ وفقط إذا ـ لم يكن هناك برهان يتصف بأنه :

1 ـ سليم من وجهة نظر نسق جداول الصدق .

2 ـ فاسد من وجهة نظر النسق المعني .

النسق الذي يتضمن فحسب قاعدة الإضافة يعد غير تام ؛ هذا يرجع إلى

وجود براهين سليمة حسب قواعد (ن ج صـ) ليس بمقدور ذلك النسق اثبات سلامتها ؛ ومن أمثلة تلك البراهين البرهان التالي :

(سـ ← صـ)

سـ

____

صـ

الجدول التالي يوضح كيف أن (ن ج صـ) يعتد بسلامة هذا البرهان :

سـ	صـ	(سـ ← صـ)	سـ	صـ
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	T
F	F	T	F	F

ليست هناك أية قيمة صدقية تعين القيمة (T) لمقدمتي هذا البرهان والقيمة (F نتيجته ، وهذا الضبط ما يعينه أمر سلامته من وجهة نظر نسق جداول الصدق . على ذلك فإنه ليس بمقدور النسق الذي يتضمن فحسب قاعدة الاضافة إثبات سلامة هذا البرهان . إن هذا النسق يخول لنا فحسب اضافة أية قضية إلى أية قضية نفترض صدقها ـ وذلك عبر أداة الفصل ، ولذا فإنه ليس في وسعه اشتقاق نتيجة القضية الشرطية في حال حصولنا عليها وعلى مقدمتها .

وكما أشرنا منذ قليل ، فإنه بمقدورنا طرح نسق منطقي تام دون إعمال يذكر لفكرنا . إن النسق الذي يتضمن فحسب القاعدة التالية :

سـ

____

صـ

يعد نسقاً تاماً . إن هذه القاعدة تخول لنا الانتقال من أية قضية نفترض صدقها إلى أية قضية نود الخلاص إليها ، ومن ثم فإنها تحكم سلفاً على سلامة

كل البراهين . وعلى وجه الخصوص ، ليس هناك برهـان سليم من وجهة نـظر (ن ج صـ) تعجز هذه القاعدة عن تسويغ سلامته ، وهذا بالضبط مـا يعينه أمـر تمامه .

لاحظ بداية أنه ليست هناك أدنى علاقة بين صحة النسق وتمامه ، فقد يكون النسق صحيحاً دون أن يكون تاماً ـ كما هو الحال في النسق الذي يتضمن فحسب قاعدة الإضافة ـ وقد يكون تاماً دون أن يكون صحيحاً ـ كما هو الحال بالنسبـة للنسق الذي يتضمن القاعدة الأخيرة التي تخول الانتقال إلى أية قضية نود البرهنة عليها .

ثم لاحظ ثانية أن صحة أية فئة من القواعد يضمن صحة كل فئاتها الجزئية . وعلى سبيل المثال ، إذا كان النسق الذي يتضمن عشر قواعد صحيحاً فإن النسق الذي يتضمن تسع قواعد ـ أو أي عدد أقل من ذلك ـ من تلك القواعد سيكون بالضرورة صحيحاً . في المقابل ، فإن تمام أية فئة من القواعد لا يضمن بذاته تمام فئاتها الجزئية . إذا كان النسق الذي يتضمن عشر قواعد نسقاً تاماً ، فإن تمام النسق الذي يتضمن أي عدد أقل من تلك القواعـد سيتوقف على مـا إذا كانت القواعد التي تم الاستغناء عنها قواعد لا جوهرية . وعلى وجه الخصـوص فإن حذف أية قاعدة جوهرية من أي نسق تام سيجعله بالضرورة نسقاً غير تام .

أيضاً فإن إضافة أي عدد من القواعد إلى أي نسق تام لا تؤثر في تمامه . إذا كان بمقدور أي نسق إثبات سلامة كل البراهين التي يعتد (ن ج صـ) بسلامتها ، فسيكون في وسعه القيام بذات الأمر في حال إضافة قواعد أخـرى إلى قواعـده الأصلية . في المقابل ، فإن إضافة قواعد جديدة إلى أي نسق صحيح قد تؤثر في صحته ، على اعتبار إمكان أن تمكننا القواعد المضافة من تقرير سلامة براهين لا يعتد نسق جداول الصدق بسلامتها .

من كل هذا يتبين لنا أن النسق الصحيح غير التام أفضل بكثير من النسق التام غير الصحيح . إن النسق المثالي هو ذلك النسق الـذي يتصف بخاصيتي الصحة والتمام ، بيد أنه إذا أجبرنا على الخيار فإنه يتعين علينا اختيار الخاصية الأولى .

يبقى أن نشير إلى أن النسق الطبيعي (ن ط) الذي سبق نقاشه في الفصل الرابع نسق صحيح وتام ، فليس هناك برهان يعتد (ن ط) بسلامته يعد فاسداً من وجهة نظر (ن ج صـ) ، وليس هناك برهان يعتد (ن ج صـ) بسلامته يعجز (ن ط) عن البرهنة على سلامته . باختصار فإن فئة البراهين التي يعتد كل نسق بسلامتها هي ذات الفئة التي يعتد النسق الآخر بسلامتها . وكما أسلفنا في استهلال هذا الفصل ، فإن هذا الحكم يسري على طائفة أخرى من الأنساق الطبيعية قدر ما يسري على نسق الشجرة التي تم طرحه في الفصل الثالث من هذا الكتاب .

* * *

أسئلة الفصل الخامس

1 ـ ما الذي يبرر تفضيل الأنساق الصحيحة غير التامة على الأنساق التامة غير الصحيحة ؟

2 ـ ما الذي يدعونا للثقة في الأحكام التي نخلص إليها عبر تطبيق نهج الأستقراء الرياضي ؟

3 ـ هناك براهين نعتد ـ بداهة ـ بسلامتها ، وليس بمقدور النسق الطبيعي إثبات سلامتها . اضرب مثلاً لتلك البراهين ، وبين أثرها في تمام ذلك النسق .

4 وضح كيف أن النسق الذي يتضمن فحسب قاعدة « مودس تولنز » يعد صحيحاً وغير تام .

٥ وضح بالتفصيل الأسباب التي تسوغ تمام النسق الذي يتضمن فحسب قاعدة التبسيط والقاعدة التي تحول الانتقال من أية قضية إلى قضية وصلية تصل بينها وبين أية قضية أخرى .

6 ـ ما الأسباب التي تحول دون تأثير حذف القواعد غير الجوهرية في تمام الأنساق التامة أصلاً ؟ وما الأسباب التي تحول دون تأثير حذف أية قواعد في صحة الأنساق الصحيحة أصلاً ؟

7 ـ وضح دور نسق جداول الصدق في تعريف مفهومي الصحة والتمام مبيناً أثر ذلك الدور في نسبية ذنيك المفهومين .



الباب الثاني

منطق التكميم

الفَصل السّادس

مفَاهيم منطِقية أسَاسّية

- لغة منطق التكميم .
- قواعد منطق التكميم التركيبية .
- ترميز القضايا في منطق التكميم .
- ترميز الأعداد .
- العلائق بين العلاقات .
- أسئلة الفصل السادس .

يختلف منطق التكميم (Quantificational Logic) عن منطق القضايا (Propositional Logic) في أوجه متعددة، ويتفق معه في أوجه أخر. وعلى وجه العموم ، بمقدورنا أن نحكم بأن منطق التكميم أشمل من منطق القضايا ، وعلى وجه الخصوص ، فإن منطق التكميم يتضمن ـ فضلاً عن مفردات لغة منطق القضايا ـ مفردات أخرى ، ويتضمن قواعد تركيبية واشتقاقية واستعاضية يختص بها ، فضلاً عن تلك التي يتضمنها منطق القضايا .

ولتوضيح الأمر ، نشير بداية إلى وجود براهين تعد ـ على المستوى البدهي ـ سليمة ، رغم أنه ليس بمقدور منطق القضايا ـ بأنساق الثلاثة ـ إثبات سلامتها . اعتبر على سبيل المثال البرهان التالي :

كل إنسان فان

سقراط إنسان

سقراط فان

إذا طبقنا منطق القضايا واستعلمنا مفردات لغته وانتهجنا نهجه ، فإننا سنكتشف أن قضايا هذا البرهان تخلو تماماً من أية تعبيرات تدل على دوال صدقية ، الأمر الذي يستوجب ترميز كل قضية منها بشكل يختلف تماماً عن القضايا الأخرى . هكذا نتحصل على الترميز التالي :

س

ص

ع

الاحتكام إلى نسق جداول الصدق يبين فساد هذا البرهان ، كما هو موضح في الشكل التالي :

	ع	ص	س	ع	ص	س
	(T)	(T)	(T)	T	T	T
→	(F)	(T)	(T)	F	T	T
	(T)	(F)	(T)	T	F	T
	(F)	(F)	(T)	F	F	T
	(T)	(T)	(F)	T	T	F
	(F)	(T)	(F)	F	T	F
	(T)	(F)	(F)	T	F	F
	(F)	(F)	(F)	F	F	F

وكما هو مبين في هذا الجدول ، فإن القيمة الصـدقية المشـار إليها تعين القيمة (T) لمقدمتي ذلك البرهان وتعين القيمة (F) نتيجة ، الأمر الذي يعني فساده من وجهة نظر نسق جداول الصدق .

ولأن هذا النسق يتكافأ منطقياً مع نسق الشجرة ـ على اعتبار أن نسق الشجرة صحيح وتام ـ فإن البرهان نفسه يعد فاسداً من وجهة نظر هذا النسق الأخير ، كما هو موضح في الشجرة التالية :

س

ص

- ع

⊙

وعلى نحو مماثل ، فإن تمام النسق الطبيعي وصحته يضمنان عدم وجود إثبات يبرهن على سلامة هذا البرهان ؛ فليس بمقدورنا ـ عبر تطبيق قواعد النسق الطبيعي استخلاص نتيجته من مقدمتيه .

على ذلك ، فإن البرهان سليم بداهة ؛ إذا كان البشر جميعهم فانين ، فإن

بشرية سقراط تضمن بالضرورة فناءه . ورغم أن وجود براهين ـ تعد على المستوى البدهي سليمة ـ تعجز أنساق منطق القضايا عن اثبات سلامتها لا يشكك في تمام تلك الأنساق ـ على اعتبار أن مفهوم التمام مفهـوم نسبي وليس مطلقـاً ـ إلّا أن وجودها استدعى التفكير في إضافة قواعد جديدة لتلك القواعد التي تتضمنها تلك الأنساق بحيث يتسنى لنا اثبات سلامة أكبر قدر ممكن من البراهين التي نعتد بداهة سلامتها . تلك هي الغاية التي يرنو مناطقة التكميم إلى تحقيقها ، وذلك هو الأمر الذي سوف نعني بنقاشه في سائر فصول هذا الكتاب .

* * *

لغة منطق التكميم :

أسلفنا أن منطق القضايا يتضمن مجموعة من المفردات والقواعد التركيبية ، وأن منطق التكميم يتحدث ذات اللغة التي يتحدثها هذا المنطق وأنه يضيف إليها مفرداته وقواعده التركيبية الخاصة . والواقع أن هناك إشكالية خاصة تواجهنا حين نحاول الأفصاح عن تلك المفردات باستعمال حروف عربية . ذلك أن حروف اللغة الانجليزية ـ واللغات اللاتينية على وجه العموم ـ قابلة لأن ترسم بطريقتين : بالحروف الكبيرة (Capital letters) وبالحروف الصغيرة (Small letters) ، في حين أن هذا التصنيف غير موجود في العربية . ولأن التعبير الرمزي عن قضايا المنطق التكميمي يعول على وجود نوعين من الحروف ، فإننا نجد أنفسنا مضطرين إلى استعمال الحروف اللاتينية ، بما يستلزمه هذا الأمر من تعديل في لغة منطق القضايا .

يحسن إذن أن نذكر القارىء بتلك اللغة في إزارها الجديد وأن نشير بعد ذلك إلى الإضافات التي يقوم بها مناطقة منطق التكميم .

* مفردات لغة منطق القضايا :

1 ـ A ، B ، C ، . . . . ، A_1 ، A_2 ، . . . ، B_1 ، B_2 ، . . . (القضايا الأولية) .

2 ـ (،) ، [،] (الأقواس اليمنى واليسرى) .

3 ـ ∧ ، ∨ ، → ، ≡ (الدوال الصدقية) (لاحظ كيف أن استعمالنا للحروف اللاتينية يلزمنا بعكس اتجاه الرابط الشرطي) .

* المفردات المضافة في منطق التكميم :

4 – a ، b ، c ، . . . ، a_1 ، . . . ، b_1 ، b_2 ، . . . (رموز لأشياء بعينها) .

5 ... ...A ، ... ... B ، ... ...C (صفات ثنائية)

... ...A ، ... ...B ، . . . (صفات ثلاثية)

وهكذا . . .

6 ـ x ، y ، z ، w ، u ، v ، . . . (متغيرات) .

7 ـ ∀ ، ∃ (المكممات) .

ويأتي الآن دور شرح هذه المفردات المضافة :

● رموز الأشياء بعينها : تستعمل الحروف المشار إليها في ترميز أسماء العلم (كسقراط وزيد) والأسماء التي نتفق على كونها تشير إلى أشياء بذاتها ، مثل الأرض ، والقمر ، ورئيس منظمة التحرير الفلسطينية ، وسكرتير عام الأمم المتحدة ، وما شابه هذه الأوصاف . وعادة ما يستعمل الحرف الأول من اسم أو وصف الشيء المشار إليه ، ومثال ذلك نستعمل الرمز 'S' للإشارة إلى « سقراط » والرمز (K) للإشارة إلى القمر ، وفي حال تكرار الحرف الأول عند أكثر من مسمى نلجأ إلى الحرف الثاني ، وهكذا .

● الصفات : قد تكون الصفة أحادية ، ومثالها الصفة المعبر عنها بلفظة « حليم » وبلفظة « جبار » ، وقد تكون متعددة ، وفي هذه الحالة تسمى علاقة ؛ ومن الواضح أن العلاقة قد تكون ثنائية مثل علاقة « أكبر من » وعلاقة « إلى الشمال من » ، وقد تكون ثلاثية مثل « بين » فنقول « تقع مدينة درنة بين مدينتي طبرق وبنغازي » ، وهكذا . وباستعمال الرموز التي تشير إلى أشياء بعينها يتسنى لنا التعبير عن قضايا تتحدث عن اتصافها بصفات بعينها . الأمثلة التالية توضح هذا الأمر .

« سقراط فيلسوف » Fs

« قتل المجوسي عمراً » Kmo

« تقع درنة بين مدينتي طبرق وبنغازي » Bdtb

وينبغي أن نلاحظ أن ترتيب الحروف الصغيرة يؤثر عادة في دلالة الترميز ، وعلى سبيل المثال فإن القضية (Btdb) تعبر عن القضية القائلة بوقوع مدينة طبرق بين مدينتي درنة وبنغازي .

المتغيرات : المتغيرات رموز لا تشير إلى أشياء بعينها ، بل تشير إلى كل (أو بعض) ما يتصف بخصائص بعينها . والمتغير لا يتضمن أية دلالة ما لم يتم تكميمه بمكمم . وعادة ما تستعمل رموز بعينها للإشارة إلى المتغيرات ، بيد أن الأمر الهام هنا يتعين في وجوب عدم استعمال رمز لمتغير في حال استعمال ذات الرمز للإشارة إلى شيء بعينه ، وذلك درء لحدوث أي خلط بينهما . أما فيما عدا ذلك ، فإن وضع المتغيرات يتشابه تماماً مع وضع رموز تلك الأشياء ، فكلاهما يستعمل الحروف الصغيرة كوسيلة للترميز ، وكلاهما قابل لأن يرد بعد الصفات بأنواعها المختلفة .

المكممات : يستعمل الرمز ($\forall$) للإشارة إلى المكمم الكلي ـ الذي يعبر عنه عادة باللفظ « كل » ـ ويستعمل الرمز ($\exists$) للإشارة إلى المكمم الجزئي ـ الذي يعبر عنه عادة باللفظ « بعض » . وتجدر الإشارة إلى أن هذه الرموز لا ترد إلا مجتمعة مع متغير بعينه وإلى أن المتغير الذي يرد دون إشارة إلى مكمم بعينه لا يعبر عن أي شيء ؛ ولقد دأب المناطقة على التمييز بين نوعين من المتغيرات : المتغيرات الحرة (Free Variables) وهي المتغيرات التي لا يقيدها أي مكمم ، والمتغيرات المقيدة (Bound Variables) وهي المتغيرات المكممة سواء بالمكمم الكلي أو المكمم الجزئي .

هكذا يتسنى لمنطق التكميم ـ عبر استعمال مثل هذه المفردات ـ من النفاذ إلى باطن القضايا التي يعتد منطق القضايا بأوليتها ليكتشف فيها دلالات وتفاصيل يخص هذا المنطق الأخير الطرف عنها كلية . هذا بالضبط هو السبيل الذي ينتهجه

منطق التكميم للافصاح عن أحكامنا البدهية الخاصة بسلامة براهين لا يعتد منطق القضايا بسلامتها .

* * *

قواعد منطق التكميم التركيبية :

لمنطق التكميم قواعده التركيبية الخاصة به ، فضلاً عن تلك القواعد التي يتضمنها منطق القضايا . وبالطبع فإننا نحتاج إلى إعادة صياغة هذه القواعد الأخيرة بحيث نعبر عنها باستعمال الحروف اللاتينية . وكما سوف يكتشف القارىء فإن التعديل الوحيد يتعلق بالحروف التي تعبر عن القضايا الأولية ـ فضلاً عن التعديل الذي سبقت الإشارة إليه والخاص بعكس إتجاه الرابط الشرطي . أما بخصوص اضافات منطق التكميم فإننا سوف نجملها فيما يلي .

1 ـ يعتد منطق التكميم بكل القضايا التي تجيزها قواعد منطق القضايا التركيبية .

2 ـ تعد القضايا المعبر عنها باستعمال الرموز التي تشير إلى أشياء بعينها وباستعمال الصفات قضايا أولية شريطة أن يرد رمز واحد بعد كل صفة أحادية ، ورمزان بعد كل صفة ثنائية ، وهكذا . .

3 ـ تعد القضايا المكممة ـ سواء أكان التكميم كلياً أم جزئياً ـ قضايا مركبة ، كما تعد تلك المكممات روابط أساسية ؛ وفي حال استعمال المتغيرات مع الصفات ، يسري الشرط الخاص بأعدادها بنفس الطريقة السالف ذكرها في الفقرة السابقة .

ولعل القارىء يلاحظ أن أمر تطبيق قواعد منطق التكميم التركيبية ـ كأمر استعمال مفردات لغته ـ ليس بيسر تطبيق قواعد منطق القضايا ، وأن استيعاب تلك القواعد رهن بتطبيقها على أكبر قدر ممكن من الأمثلة .

* * *

ترميز القضايا في منطق التكميم :

بداية سوف نضرب بعض الأمثلة التي توضح كيفية ترميز القضايا التي لا تتضمن أي نوع من المكممات . تلك هي القضايا التي تعرف باسم القضايا العينية ، وهي تنقسم بدورها إلى قضايا أولية وقضايا مركبة . وكما سوف يلاحظ القارىء ، فإن القضايا العينية المركبة تعول فحسب على الدوال الصدقية بوصفها روابط أساسية .

- « بطرس غالي هو سكرتير عام الأمم المتحدة » . (Sb)
- « لن يسافر زيد ما لم يستأذن من عمرو » . ($\sim$Ido $\rightarrow$ $\sim$Sd)
- « سيساعد محمد آخاه علياً إذا ـ وفقط إذا ـ طلب منه المساعدة) . (Sma $\equiv$ Tam)
- « إما أن علياً أصغر سناً من محمد ، أو أكبر سناً من أحمد » . (Sam $\vee$ Kam)
- « ليست الأرض كروية الشكل ما لم نعتد بالصور التي التقطتها المركبات الفضائية » . ($\sim$P $\rightarrow$ $\sim$Ka)
- « إذا كانت السويد تقع إلى الشمال من هولندا ، فلا بد أن درجة حرارتها منخفضة » . (Tsh $\rightarrow$ Ms)
- « زيد أسعد حظاً من عمرو ، فلقد تمكن من اللحاق بالقطار » . (Azo $\wedge$ L)
- « ليس زيد بأب لعلي ، لكن علياً تربى في كنفه » . ($\sim$Bza $\wedge$ Taz)

أما بخصوص القضايا التي تشير إلى مكممات ، فإن الأمثلة التالية توضح كيفية ترميزها :

- « كل العرب مسلمون » . $(\forall x)(Ax \rightarrow Mx)$

(يقرأ هذا الترميز على النحو التالي : بالنسبة لأي شيء x ، إذا كان x عربياً فهو مسلم) .

- « بعض العرب مسلمون » $(\exists x)(Ax \wedge Mx)$

(يقرأ الترميز على النحو التالي : هناك على الأقل شيء واحد x يتصف بأنه عربي ومسلم) .

- « ما كل العرب بمسلمين » $-(\forall x)(Ax \rightarrow Mx)$

- « ما كل العرب بمسلمين ، فبعضهم يدين بالمسيحية »

$$[-(\forall x)(Ax \rightarrow Mx) \wedge (\exists x)(Ax \wedge Sx)]$$

- « ليس هناك شيء اسمه المستحيل » $-(\exists x)Sx$

- « كل ما في الوجود جميل » $(\forall x)Gx$

- « ليس هناك شيء غير محتمل » $-(\forall x)Mx$ أو $(\exists x)-Mx$

- « كل محام معتوه » $(\forall x)(Mx \rightarrow Tx)$

- « المحامون والأطباء دجالون »

$$[(\forall x)(Mx \rightarrow Dx) \wedge (\forall x)(Tx \rightarrow Dx)]$$

(ويمكن أيضاً ترميزها على النحو التالي : $(\forall x)[(Mx \vee Tx) \rightarrow Dx]$

على اعتبار أن القضية الأصلية تقرر أنه إذا كان المرء محامياً أو طبيباً فإنه دجال ، ولا تقرر أنه سيكون دجالاً في حال كونه محامياً وطبيباً) .

- « لكل شيء ثمن » $(\forall x)Tx$
- « كل من عليها فانٍ » $(\forall x)(Axa \rightarrow Fx)$

(يقرأ الترميز على النحو التالي : بالنسبة لأي شيء x ، إذا كان x على الأرض ، فإنه فان) .

- « كل ما يتمنى المرء يدركه » $(\forall x)(Mx \rightarrow (\forall y)(Txy \rightarrow Dxy))$

(يقرر هذا الترميز أنه بالنسبة لأي شيء x ، إذا كان ذلك الشيء شخصاً ، فإنه بالنسبة لأي شيء y ، إذا تمنى x هذا الشيء ، فإنه سوف يدركه . لاحظ كيف

أن هذا الترميز يستعمل متغيرين متغايرين ، وهنا يتعين على القارىء إبداء الحرص الشديد درء لأي خلط يمكن أن يحدث بينهما) .

- « ما كل ما يمتنى المرء يدركه » $((\forall x)(Mx \rightarrow (\forall y) (Txy \rightarrow Dxy)) -$
أو $(\exists x) (\exists y) (Mx \wedge Txy \wedge Txy \wedge - Dxy)$

(هذا الترميز الأخير يقرر أن هناك شخصاً واحداً على الأقل ، يتمنى شيئاً واحداً على الأقل ، لكنه لا يدركه) .

- « كل راع مسؤول عن رعيته » $(\forall x) (Rx \rightarrow [(\forall y) (Axy \rightarrow Mxy)])$

(يقرر هذا الترميز ، أنه بالنسبة لأي راع ، وبالنسبة لأية رعية ، يعد الراعي مسؤولاً عن تلك الرعية التي يقوم برعايتها) .

- « كل حزب بما لديهم فرحون » $(\forall x) (Ax \rightarrow [(\forall y) (Lxy \rightarrow Fxy)])$
- « كل إناء بالذي فيه ينضح » $(\forall x)(Ex \rightarrow [\forall y) (Fyx \rightarrow Yxy)])$
- « إذا فاز الأفريقي في جميع مبارياته ، فسوف يتحصل على الكأس »
$(\forall x) [(Mxf \rightarrow Ffx) \rightarrow Tfs]$.
- « لن يكون زيد أفضل الطالب ما لم ينل رضا جميع أساتذته » .
$[- (\forall x) (Sxz \rightarrow Nzx) \rightarrow - (\forall y) (Ty \rightarrow Fzy)]$
- « لا إله إلاّ اللّه ، محمد رسول اللّه » $[- (\exists x) (Ex \wedge - Ixg) \wedge Rmg]$
- « كل يوم هو في شأن » $(\forall X) (Yx \rightarrow Sgx)$

* * *

ترميز الأعداد :

هناك نزعة منطقية سادت في أواخر القرن الماضي وبداية القرن الحالي عرفت باسم النزعة المنطقية (Logicism) ، ومن أعلام هذه النزعة ، « جوتلوب فريجه » و« برتراندرسل » و« وايتهد » . تقرر هذه النزعة (كما ذكرت في موضع آخر (الحصادى 4 ، ص 22 – 23)) أن أسس المنطق الرمزي الحديث ـ مضافاً إليها بدهيات حساب الفئات كفيلة بجعل المبادىء الرياضية على اختلاف مجالاتها

التخصيصة ـ مجرد مشتقات منطقية لقضايا تحليلة تعبر عن تحصيلات حاصلة (Tautologics) . والواقع أن لهذه النزعة أصولاً تشكيكية مستترة ، فلقد دأب الفلاسفة على التوكيد على يقينية العلوم الرياضية ، كما حاول العقلانيون منهم على وجه الخصوص جعل سائر المعارف البشرية تحذو في وضوحها وتميزها وإحكامها المنطقي حذو المعارف الرياضية . بيد أنه قد تبين نتيجة للجهود التي بذلها الفلاسفة التجريبيون في هذا الصدد ـ أن هذا الاتجاه يغفل نهائياً السمة الاعتباطية التي تتسم بها الأنساق الشكلية على وجه العموم والأنساق الرياضية على وجه الخصوص . ذلك أن اليقين الناتج عن ضرورة المشتقات الرياضية مستمد في أساسه من جملة التعريفات الاجرائية (Operational definitions) والبدهيات والمصادرات المسلّم بصحتها دون أدنى برهنة . يقين الرياضية ـ بهذا المعنى ـ يقين زائف (الحصادى 4 ، ص 33 – 36) على اعتبار أن ضرورة أحكامها وقف على صحة القضايا الأساسية التي تم اشتقاق تلك الأحكام منها . غير أن أصحاب النزعة المنطقية يذهبون إلى ما هو أبعد من ذلك ؛ إنهم يرون أن إمكان رد الأنساق الرياضية إلى مجموعة من المبادىء المنطقية ـ التي نعرف سلفاً أنها مجرد تحصيل حاصل ـ يستلزم كون ضرورة المشتقات الرياضية كامنة في كون محاميلها تكرر فحسب ما تقرره مواضيعها . هذا يعني ـ من جملة ما يعني ـ أن تجريم إغفال العقلانيين للسمة الاعتباطية التي تتسم بها الأنساق الرياضية لا يسوغ إلا عبر البرهنة على إمكان ردها إلى ذلك النوع من المبادىء (الحصادي 4 ، ص 24) . هذا بالضبط هو المشروع الذي اضطلع رواد تلك النزعة بالقيام به .

ما يهمنا من كل ذلك هو ذلك الجانب المتعلق بإمكان التعبير عن قضايا الرياضية عبر استعمال لغة المنطق الرمزي المعاصر . وعلى وجه الخصوص ، سوف نعني في ختام هذا الفصل بالسبيل الذي يمكن عبره التعبير عن القضايا الحسابية باستعمال لغة منطق التكميم . الأمثلة التالية توضح هذا الأمر :

- هناك شخص واحد على الأقل $(\exists x)\, Mx$
- هناك شخصان على الأقل $(\exists x)(\exists y)(Mx \wedge My \wedge x \neq y)$

● هناك ثلاثة أشخاص على الأقل

$$(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Mx \wedge My \wedge Mz \wedge x \neq y)$$

● وهكذا . . .

● هناك شخص واحد على الأكثر $-(\exists x)(\exists y)(Mx \wedge My \wedge x \neq y)$

● هناك شخصان على الأكثر

$$-(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Mx \wedge My \wedge Mz \wedge x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z)$$

● وهكذا . .

● هناك شخص واحد بالضبط

$$(\exists x)(Mx) \wedge -(\exists x)(\exists y)(Mx \wedge My \wedge x \neq y)$$

● هناك شخصان بالضبط

$$(\exists x)(\exists y)(Mx \wedge My \wedge x \neq y) \wedge$$
$$-(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Mx \wedge My \wedge Mz \wedge x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z)$$

● وهكذا . . .

وكما يلاحظ القارىء ، فإنه بالإمكان التعبير بوجه عام عن القضايا الحسابية على النحو التالي :

● « هناك n على الأقل » =

$$(\exists x_1)(\exists x_2)(\exists x_3)\dots(\exists xn)(Mx_1 \wedge Mx_2 \dots \wedge Mxn \wedge x_1 \neq x_2n \dots)$$

● « هناك n على الأكثر » = « ليس هناك 1 + n على الأقل »

● « هناك n بالضبط » = « هناك n على الأقل وهناك n على الأكثر » .

* * *

العلائق بين العلاقات :

هناك تسع علاقات يمكن أن تقوم بين العلاقات الثنائية نجملها في القائمة التالية ونوضحها بأمثلة قرين كل علاقة .

1 ـ العلاقة الانعكاسية (Reflexive) : تعد العلاقة انعكاسية إذا قامت بين كـل شيء ونفسه .

● ترميز العلاقة : $(\forall x)\ Rxx$

● مثال : علاقة المساواة التي تقوم بين كل شيء ونفسه ، على اعتبار أن هـذه العلاقة تقوم بين كل شيء ونفسه .

2 ـ العلاقة اللانعكاسية (Irre flexive) : تعد العلاقة لا إنعكاسية إذا لم تقم بين أي شيء ونفسه .

● ترميز العلاقة : $(\forall X) - Rxx$

● مثال : علاقة الأبوة على اعتبار أنه ليس هناك شيء يعد أباً لنفسه .

3 ـ العلاقة شبه الانعكاسية (Semi – reflexive) : تعد العلاقة شبه انعكاسية إذا قامت بين بعض الأشياء ونفسها ولم تقم بين بعض الأشياء ونفسها .

● الترميز: $[(\exists x)\ Rxx \wedge (\exists x) - Rxx]$

● مثال : علاقة الاحترام على اعتبار أن هناك من يحترم نفسه وهناك من لا يحترم نفسه .

4 ـ العلاقة التقابلية (Symetric) : تعد العلاقة تقابلية إذا كان قيامها بين س و ص يستلزم قيامها بين ص و س .

● الترميز $(\forall x) (\forall x)\ Rxy \rightarrow Ryx$

● مثال : علاقة المساواة ، على اعتبار أنه إذا كان س مساوياً لـ ص ، فإن ص مساو ل س بالضرورة ، وعلاقة التقاتل على اعتبار أن مقاتلة طرف لآخر تستلزم مقاتلة الطرف الأخير للطرف الأول .

5 ـ العلاقة اللاتقابلية (asymetric) : تعد العلاقة لا تقابلية إذا كان قيامهـا بين س و ص يستلزم عدم قيامها بين ص و س .

الترميز : $(\forall x) (\forall y) (Rxy \rightarrow - Ryx)$

● مثال : علاقة الأبوة على اعتبار أنه إذا كان سہ أباً لـ صہ فإن صہ لن يكون أباً لـ سہ وعلاقة « أكبر من » و« أصغر من » وما في حكمها .

6 ـ العلاقة شبه التقابلية (Semi – Symetric) : تعد العلاقة شبه تقابليـة إذا كان قيامها بين سہ و صہ يتسق مع قيامها بين صہ و سہ ، في بعض الحالاتٌ ، ولا يتسق معها في حالات أخر .

● الترميز : $(\exists x) (\exists y) (Rxy \wedge Ryx) \wedge (\exists x) (\exists y) (\exists y) (Rxy \wedge - Ryx)$

● أمثلة : علاقة الحب ، الذي قد يكون من طرف واحد ، وقد يكون من طرفين .

7 ـ العلاقة المتعدية (Transitive) : تعد العلاقة متعديـة ، إذا كان قيـامها بين سہ و صہ ، وقيامها بين صہ و ع ، يستلزم قيامها بين سہ و ع .

الترميز : $(\forall x) (\forall y) (Az) [(Axy \wedge Ayz) \rightarrow Axz]$

● مثال : علاقة « أكبر من » ؛ إذا كان سہ أكبر من صہ ، وصہ أكبر من سہ ، فإن سہ أكبر من صہ بالضرورة .

8 ـ العلاقة اللامتعدية (non – transitive) : تعد العلاقة لا متعدية إذا كان قيامها بين سہ و صہ ، وبين صہ و ع ، يتسلزم عدم قيامها بين سہ و ع .

الترميز : $(\forall x) (\forall y) (Az) [(Axy \wedge Ayz) \rightarrow - Axz]$

● مثال : علاقة الأبوة وعلاقة الأمومة ؛ إذا كانت سہ أماً لـ صہ ، وكانت صہ أماً لـ ع ، فإن سہ ليست أما لـ ع .

9 ـ العلاقة شبه المتعدية (Semi – transitive) : تعد العلاقة شبه متعدية إذا كان قيامها بين سہ و صہ ، وقيامها بين سہ و صہ ، وقيامها بين صہ و ع ، يتسق مع قيامها بين سہ و ع قدر ما يتسق مع عدم قيامها بينهما .

الترميز : $(\exists x) (\exists y) (\exists z) (Rxy \wedge Ryz \wedge Rxz) \wedge$

$(\exists x) (\exists y) (\exists z) (Rxy \wedge Ryz \wedge - Rxz) \wedge$

● مثال : علاقة الصداقة : إذا كان سہ صديقاً لـ صہ ، وكان صہ صديقاً لـ ع ، فإن سہ قد يكون صديقاً لـ ع ، وقد لا يكون صديقاً له .

وواضح أنه ليست هناك أية أهمية خاصة لمثل هذه العلاقات ، وأن حديثنا عنها إنما يرجع لكونها قابلة لأن تستعمل كأمثلة توضيحيـة لعملية تـرميز قضـايا المنطق التكميمي .

وأخيراً يصطلح المناطقة على تسمية العلاقة التي تتصف بكونها انعكاسية وتقابلية ومتعدية بالعلاقة المتكافئة ، ومن أمثلتها علاقة المساواة وعلاقـة التلازم المنطقي كما سبق تعريفها في الفصل الأول من هذا الكتاب .

* * *

أسئلة الفصل السادس

1 ـ عرف واضرب أمثلة توضح المفاهيم التالية :

- المتغير الحر
- المتغير المقيد
- القضية العينية
- القضية الأولية (في منطق التكميم)
- مفردات لغة منطق التكميم .

2 ـ رمز القضايا التالية مستعملاً منطق القضايا تارة ومنطق التكميم تارة أخرى :

- « هناك شخص واحد يفهمني ، وحتى ذلك الشخص لا يفهمني »
- « لا يلدغ المرء مرتين »
- « لا يؤمن أحدكم حتى يحب لأخيه ما يحب لنفسه » .
- « العالم يعرف ما يقول ، والجاهل يقول ما يعرف »
- « كل موحد مؤمن وكل مؤمن طاهر » .
- « ما كان أبوك امرء سوء ، وما كانت أمك بغيا »
- « يقتل المرء لثلاث »
- « ليست الشجاعة أن تقول ما تعتقد ، لكنها أن تعتقد فيما تقول » .
- « لا أحد يحتاج إلى أي شيء من أي أحد » .

3 ـ عرف المفاهيم التالية موضحاً إياها بأمثلة مغايرة لتلك التي تم استعمالها في هذا الفصل :

- العلاقة شبه الانعكاسية .
- العلاقة التقابلية .
- العلاقة المتعدية .

الفَصل السّابع

نسق الشجرة التكميمي

- قواعد النسق الاشتقاقية والاستعاضية .
- اتساق الفئات في نسق الشجرة التكميمي .
- الفروع اللامتناهية .
- تصنيف البراهين في نسق الشجرة التكميمي .
- تحديد أنواع القضايا في نسق الشجرة التكميمي .
- تحديد العلاقات بين القضايا في نسق الشجرة التكميمي .
- مربع أرسطو .
- أسئلة الفصل السابع

بقدر ما تتضمن لغة منطق التكميم لغة منطق القضايا ، وبقدر ما تتضمن قواعد لغة منطق التكميم التركيبية قواعد لغة منطق القضـايا التـركيبية ، تتضمن قواعد لغة منطق التكميم الاشتقاقية نظائرها في منطق القضايا . يحسن بنا إذن أن نذكر القارىء بتلك القواعد الأخيرة توطئة لأن نضيف إليها أربع قواعد خاصة بنسق الشجرة التكميمي . ولكن قبل أن نقوم بذلك يتعين علينا أن نشيـر إلى وجوب استحداث تعديل جوهري ـ وإن بدا طفيفاً ـ في تعريفنـا السالف لمفهـوم الفرع المفتوح .

* تعريف الفرع المفتوح في نسق الشجرة الخاص بمنطق القضايا :

هو فرع مفتوح يتوفر فيه شرطان :

1 ـ ألا يكون مغلقاً (أي ليس به قضية ونقيضها) .

2 ـ كل قضية فيه إما أن تكون :

- أولية موجبة (مثل م) ، أو
- أولية سالبة (مثل ـ ع) ، أو
- قضية مركبة تم تحليلها باستعمال قواعد النسق الاشتقاقية (ويوضع بجانبها الرمز √) .

وكما سوف يتضح ، فإن هناك نوعاً من القضايا لا تعد من وجهة نظر منطق التكميم أولية ، رغم أنه لا سبيل إلى الاستعاضة عنها بما يتكافأ معها ، الأمر الذي يحول دون إمكان وضع علامة (√) التي تفيد كوننا قد استعضنا عنها على ذلك النحو . تلك هي القضايا الكلية التي يعم مجالها كل الأشياء ، وهذا بالضبط هو علة استحالة تبسيطها في أي عدد متناه من القضايا . البديل المطروح هنا هو أن يتم تحليل القضية الكلية باستعمال جميع الأسماء الوارد ذكرها في الفرع الذي تتم

فيه عملية التحليل ، وفي حالة عدم وجود أي اسم ، يشترط أن يتم التحليل مرة واحدة على الأقل . هكذا نتحصل على التعريف التالي لمفهوم الفرع المفتوح في نسق الشجرة التكميمي :

* يكون الفرع مفتوحاً إذا ـ وفقط إذا ـ توافر فيه شرطان :
  1) ألا يكون مغلقاً .
  2) كل قضية فيه إما أن تكون :

- أولية موجبة ، أو
- أولية سالبة ، أو
- مركبة تم تحليلها باستعمال قواعد النسق الاشتقاقية (ويوضع بجانبها الرمز √) ، أو
- قضية كلية تم تحليلها حسب قاعدة التعيين الكلي مرة واحدة على الأقل ، وبالنسبة لكل اسم يرد ذكره في الفرع المعنى .

وسنضرب خلال هذا الفصل من الأمثلة ما يكفل توضيح هذا التعريف .

* * *

قواعد النسق الاشتقاقية والاستعاضية :

* قواعد نسق الشجرة القضوي :

1 ـ قاعدة النفي المضعف (DN)

--أ √

أ

2 ـ قاعدة الوصل (Con) .

(أ ∧ ب) √

أ

ب

3 ـ قاعدة الفصل (Dis)

(أ ∧ ب) ✓



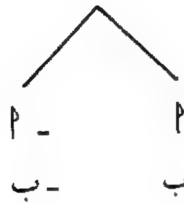
4 ـ قاعدة الشرط (Cond)

(أ ← ب)



5 ـ قاعدة التكافؤ (Bicond.)

(أ ≡ ب) ✓



6 ـ قاعدة سلب الوصل (NC)

ـ (أ ∧ ب)



7 ـ قاعدة سلب الفصل (ND)

ـ (أ ∨ ب) ✓

ـ أ

ـ ب

8 ـ قاعدة سلب الشرط (Ncond.)

ـ (أ ← ب) ✓

أ

ـ ب

9 ـ قاعدة سلب التكافؤ (NB icond.)

ـ (أ ≡ ب) ✓

أ	ب
ـ ب	ـ أ

* قواعد نسق الشجرة التكميمي :

● القواعد (1) - (9)

10قاعدة التعين الكلي (Universal Instantiation)

$(\forall x)\ Fx$ ، x/a ، x/b ، . . .

Fa

Fb

⋮

(هنا ـ وكما أسلفنا ـ يتم اسقاط المكمم الكلي نهائياً ، ويستعاض عن متغيره بأي اسم نحتاج إليه) .

11 ـ قاعدة التعين الجزئي (Existential Instantiation)

$(\exists x)\ Fx$

Fa

(شريطة ألا تكون (a) قد ورد اسمها في الفرع المعني) .

12 ـ قاعدة سلب المكمم الكلي (Negation of Universal)

$-(\forall x)\ Fx$

$(\exists x) - Fx$

(سلب الكل جزء سالب)

13 ـ قاعدة سلب المكمم الجزئي (Negation of Existential)

$$\checkmark -(\exists x)\ Fx$$
$$(\forall x)\ -Fx$$

(سلب الجزء كل سالب) .

الأمثلة التوضيحية التالية تبين الكيفية التي تطبق بها هذه القواعد الأخيرة :

- $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ x/a
  (UI) $(Fa \rightarrow Ga)$

- $(\forall x)(\exists x)(Fxy \rightarrow Gyx)$ x/b
  (UI) $(\exists x)(Fby \rightarrow Gyb)$

- $(\forall x)(Fa \rightarrow (\forall y)(\exists z)\ Fxyz)$ x/c .
  (UI) $(Fa \rightarrow (\forall y)(\exists z)\ Fayyz)$

- $\checkmark (\exists x)(Fx \wedge -Gxb)$
  (EI) $(Fa \wedge -Gab)$

(لاحظ أنه في هذه الحالة لا يصح الاستعاضة عن المتغير (X) بالاسم (a) ، على اعتبار أن (a) سلف ذكره في الفرع المعني) .

- $\checkmark (\exists x(\forall y)(Fxy \rightarrow Gayx)$
  (EI) $(\forall y)(Fby \rightarrow Gayb)$

- $\checkmark (\forall x)(Fx \rightarrow Hxx)$
  (NU) $(\exists x)-(Fx \rightarrow Hxx)$

- $\checkmark -(\exists x)(Fx \rightarrow Gxx)$
  (NE) $(\forall x)-(Fx \rightarrow Gxx)$

* * *

اتساق الفئات في نسق الشجرة :

تعد الفئة متسقة في هذا النسق إذا ـ وفقط إذا ـ كانت شجرتها مفتوحة ، أي إذا كان بها فرع مفتوح واحد على الأقل . الأمثلة التالية توضح هذا التعريف .

● $\{ (\exists y)\, Gy ,\ (\forall x)(Fx \to Gx) ,\ (\exists x)\, Fx \}$

$\checkmark\ (\exists x)\, Fx$

$x/b ,\ x/a \quad (\forall x)(Fx \to Gx)$

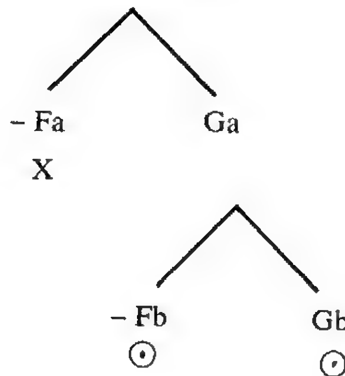
$\checkmark\ (\exists y)\, Gy$

Fa

Gb

$\checkmark\ (Fa \to Ga)$

$\checkmark\ (Fb \to Gb)$



لاحظ أنه في حال تضمن الفئة لقضية (أو قضايا) كلية ، وأخرى جزئية ، فإنه يتعين البدء بتحليل القضايا الجزئية ، على اعتبار أنه حريتنا في اختيار اسماء نستعيض بها عن متغير المكمم الجزئي محدودة ، في حين أن لنا مطلق الخيار في الاستعاضة عن متغير المكمم الكلي بأي اسم نريد . ولاحظ أيضاً أن الفرع الأيمن ـ على سبيل المثال ـ فرع مفتوح رغم وجود قضية لم يتم تحليلها بشكل نهائي . على ذلك . فإننا نعتد بهذا الفرع بوصفه مفتوحاً على اعتبار أنه تمت الاستعاضة عن متغير المكمم الكلي باللجوء إلى كل اسم ورد ذكره فيه .

الفئـة السابقـة إذن تعد متسقـة ، فهناك فـرع واحد على الأقـل يخلو من التناقض ، وكل قضية من قضاياه إما أن تكون أولية أو مركبة عليها العلامة (√) ، أو قضية كلية تم تحليلها على النحو المبين أعلاه . في المقابل ، فإن الفئة التالية لا تعد متسقة :

● $\{ -(\exists y)Gy ، (\exists x)Fx ، (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \}$

$^{x/a}\ (\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

$\surd\ (\exists x)Fx$

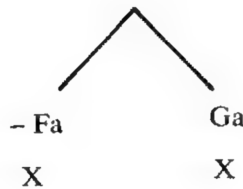
$\surd\ -(\exists y)Gy$

$^{y/a}\ (\forall y)-Gy$

Fa

$(Fa \rightarrow Ga)$

$-Ga$



الفئة التالية تعبر أيضاً عن فئة غير متسقة :

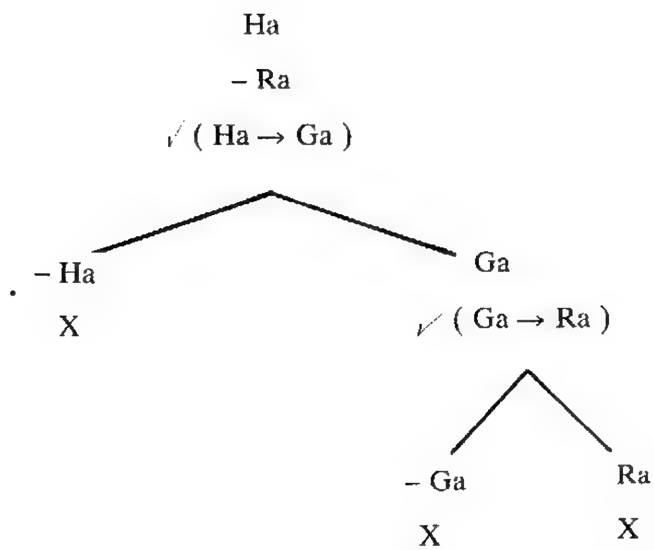
$\{ (\forall y)(Hy \rightarrow Gy) ، (\forall x)(x \rightarrow Rx) ، (\exists x)(Hx \wedge -Rx) \}$

$^{y/a}\ (\forall y)(Hy \rightarrow Gy)$

$^{x/a}\ (\forall x)(Gx \rightarrow Rx)$

$\surd\ (\exists x)(Hx \wedge -Rx)$

$\surd\ (Ha \wedge -Ra)$



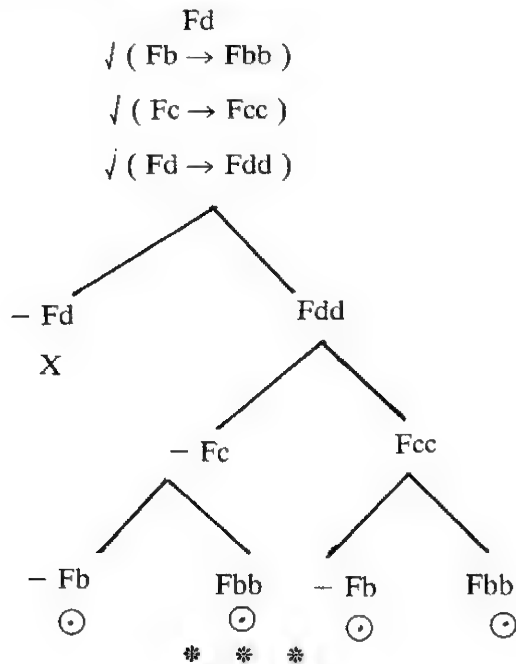
وأخيراً ، فإن الفئة التالية تعد متسقة :

$\{(\forall x)(Fx \rightarrow Fxx) ، (\exists x) Fx ، Fbc\}$

Fbc

$\surd\ (\exists x)\ Fx$

x/d ، x/c ، x/b $(\forall x)(Fx \rightarrow Fxx)$



* * *

الفروع اللامتناهية :

لتوضيح مفهوم الفروع اللامتناهية ، اعتبر الفئة التالية :

$$\{ (\forall y)\ (\exists z)\ Fys \}$$

لمعرفة ما إذا كانت هذه الفئة متسقة أو غير متسقة ، نحتاج إلى تحليلها عبر القواعد الاشتقاقية التي سلف ذكرها . ولكن ما أن نشرع في إنجاز هذه المهمة حتى يتبين لنا أنه ليس بمقدورنا البت في ذلك الأمر :

$$(\forall y)\ (\exists z)\ Fyz \quad y/a$$

$$\checkmark\ (\exists z)\ Faz$$

$$Fab$$

لا يعد هذا الفرع مفتوحاً ، على اعتبار أن الفرع لا يكون مفتوحاً ما لم تتم الاستعاضة عن متغير المكمم الكلي بكل اسم يرد فيه . هنا نلاحظ أننا استعضنا عن المتغير (y) بالاسم (a) ، ولكن تحليل القضية الجزئية Faz ($\exists$z) أفضى إلى حصولنا على اسم جديد هو (b) ، الأمر الذي يستوجب الاستعاضة عن المتغير (y) بذلك الاسم . ولكن ـ وكما تبين الشجرة التالية ـ فإن تلك الاستعاضة ستفضي بدورها إلى قضية جزئية أخرى ، وما أن يتم تحليلها حتى تحصل على اسم ثالث :

$$(\forall y)\ (\exists z)\ Fyz \quad y/a ، y/b ، y/c$$

$$\checkmark\ (\exists z)\ Faz$$

$$Fab$$

$$\checkmark\ (\exists z)\ Fbz$$

$$Fbc$$

$$\checkmark\ (\exists z)\ Fcz$$

$$Fcb$$

$$\vdots$$

من الواضح أن الاستمرار في عملية تحليل المتغير (y) سوف يفضي إلى

حصولنا على اسماء جديدة ، وهكذا إلى ما لا نهاية . من الواضح أيضاً أنه لا أمل لنا في الحصول على تناقض من شأنه أن يقفل الفرع ، على اعتبار أن القضايا التي يتم الحصول عليها في كل مرة هي عبارة عن قضايا أولية موجبة ، وعلى اعتبار أن القضايا الأولية الموجبة تتسق فيما بينها ولا تفضي إلى أي تناقض . هكذا يصطلح المناطقة على تسمية مثل هذا الفرع بالفرع المفتوح اللامتناهي ، ويقررون أن الفئات ذوات الفروع المفتوحة اللامتناهية تعد متسقة . بيد أن هذا التقرير يستلزم استحداث تعديل في تعريف الأشجار المفتوحة :

* تعد الشجرة مفتوحة إذا ـ وفقط إذا ـ كان بها فرع مفتوح واحد على الأقل سواء أكان متناهياً أم غير متناه .

على ذلك ، فإن وجود مثل هذه الفروع اللامتناهية يعني أن نسق الشجرة التكميمي لا يعد وسيلة ناجعة لاختيار اتساق الفئات . هذا يرجع إلى عدم وجود وسيلة للبرهنة على أن أي فرع إما أن يكون مغلقاً أو مفتوحاً ومتناهياً أو مفتوحاً وغير متناه ، فلا شيء يضمن إمكان أن يكون ما بدا لأول وهلة فرعاً مفتوحاً غير متناه فرعاً مغلقاً ، وأن الاستمرار في الاستعاضة عن المتغير الكلي ستنتهي بنا إلى قضية وسالبها .

لكل هذا ، يتعين ـ في كل حالة يرد فيها فرعاً يبدو لامتناهياً ـ أن نستمر في عملية تحليل القضية الكلية إلى حد نقتنع عنده بأن في استمرارنا مضيعة للوقت ، كما يتعين علينا أن نقرر ـ بعد ذلك ـ أن الفرع « يبدو » مفتوحاً ، وأن الشجرة « تبدو » مفتوحة ، وأن الفئة المعينة « تبدو » متسقة . هذا بالضبط ما يعنيه أمر عدم كون نسق الشجرة وسيلة ناجعة لاختبار اتساق الفئات .

لاحظ أيضاً أن ذات الشجرة قد تحتوي على فرع لامتناه وتحتوى على فرع متناه ، الأمر الذي يمكّن من تضييع وقت المرء في محاولة استكمال فرع لا يمكن أصلاً استكماله ، في حين أن بمقدوره الحصول على فرع متناه يفي بالغرض ويبرهن ـ بما لا يدع مجالاً لأي شك ـ على اتساق الفئة المعينة . المثال التالي يوضح هذا الأمر :

$$(\exists x) Fxa \rightarrow (\forall x) [Rx \rightarrow (\exists y) Fxy]$$

$- (\exists x) Fxa$ $\qquad$ $(\forall x) [Rx \rightarrow (\exists y) Fxy]$ x/a ، x/b

$[Ra \rightarrow (\exists y) Fxy]$

$- Ra$ $\qquad$ $(\exists y) Fay$

Fab

$Rb \rightarrow (\exists y) Rby$

$- Rb$ $\qquad$ $(\exists y) Rby$

Rbc

⋮

من البين أن استمرارنا في عملية الاستعاضة في الفرع الأيمن لن تنتهي ، وأنه « يبدو » لامتناهياً . ولكن ما أن نقوم بتحليل الفرع الأيسر ، حتى نكتشف أنه فرع مفتوح ومتناه :

/

$- (\exists x) Fxa$

x/a $\quad$ $(\forall x) - Fxa$

$- Faa$

⊙

* * *

تصنيف البراهين في نسق الشجرة التكميمي :

أسلفنا في الفصل الثالث أن نسق الشجرة قد أعد أصلاً للبت في أمر اتساق الفئات وإنه على ذلك قادر على التعامل مع البراهين على اعتبار أن سلامة أي

براهن رهن بعدم اتساق الفئة المكونة من مقدماته ونقيض نتيجته . في هذا الفصل ما زلنا نعتد بذات التعريف الذي يقرر أن :

* البرهان يعد سليماً إذا ـ وفقط إذا ـ كانت الشجرة الخاصة بالفئة المكـونة من مقدماته ونقيض نتيجته شجرة مغلقة ، ويعد غير سليم إذا ـ وفقط إذا ـ كـانت الشجرة الخاصة بتلك الفئة شجرة مفتوحة .

الأمثلة التالية توضح هذا التعريف .

$$[\ Gp \wedge (\ Dp \wedge Ap\ )\ ]$$

$$(\ \forall x\ )\ (\ Dx \rightarrow Ox\ )$$

$$(\ \forall x\ )\ (\ Dx \rightarrow Sx\ )$$

$$\overline{\qquad\qquad}$$

$$SP$$

نعتبر بداية الفئة المكونة من مقدمات هذا البرهان ونقيض نتيجته ؛ ثم نرسم شجرة لهذه الفئة :

$$\surd_{1}[\ Gp \wedge (\ Dp \wedge Ap\ )\ ]$$

$$x/p \qquad (\forall x\ )\ (\ Dx \rightarrow Ox\ )$$

$$x/p \qquad (\ \forall x\ )\ (\ Ox \rightarrow Sx\ )$$

$$-\ Sp$$

$$Gp$$

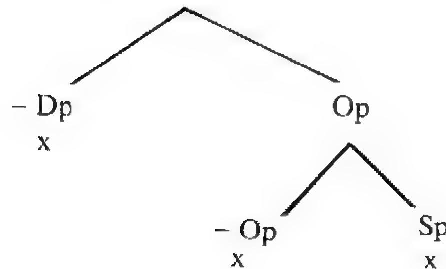
$$\surd\ (\ Dp \wedge Ap\ )$$

$$Dp$$

$$Ap$$

$$\surd(\ Dp \rightarrow Op\ )$$

$$\surd\ (\ Op \rightarrow Sp\ )$$

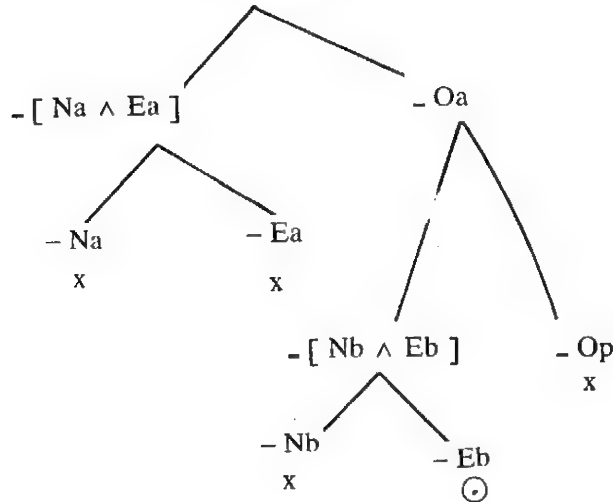


ولأن هذه الشجرة مغلقة ، فإن البرهان الأصلي يعد سليماً

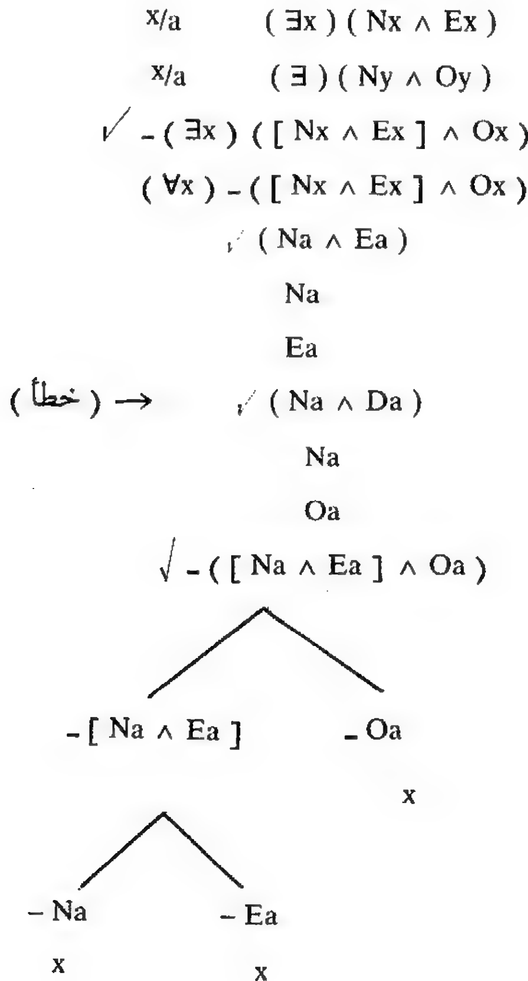
$$(\exists x)(Nx \wedge Ex)$$
$$\underline{(\exists y)}(Ny \wedge Oy)$$
$$(\exists x)([Nx \wedge Ex] \wedge Ox)$$

هذا برهان غير سليم ، كما هو موضح في الشجرة التالية :

$$x_a \quad (\exists x)(Nx \wedge Ex)$$
$$y/b \quad (\exists y)(Ny \wedge Oy)$$
$$\surd -(\exists x)([Nx \wedge Ex] \wedge Ox)$$
$$y/b \text{ ، } x/a \quad (\forall x) -([Nx \wedge Ex] \wedge Ox)$$
$$\surd (Na \wedge Ea)$$
$$Na$$
$$Ea$$
$$\surd (Nb \wedge Ob)$$
$$Nb$$
$$Ob$$
$$\surd -([Na \wedge Ea] \wedge Oa)$$
$$\surd -([Nb \wedge Eb] \wedge Ob)$$



لاحظ أن مثل هذا البرهان غير السليم يبرر الشرط الوارد ذكره في صياغة قاعدة التعين الجزئي . ذلك أن تلك القاعدة تقرر وجوب الاستعاضة عن المتغير الجزئي باسم لم يسبق ذكره في الفرع الذي تتم فيه عملية التحليل[١]. البرهان السابق سيكون سليماً في حال عدم اعتدادنا بذلك الشرط ، كما هو موضح في الشجرة التالية :



ولكن ما الذي يدعونا للاعتقاد في فساد هذا البرهان ـ ومن ثم في وجوب اشتراط الشرط سالف الذكر ؟ المثال التالي الذي يتخذ شكل ذات البرهان يجيب على هذا التساؤل :

هناك أرقام زوجية

هناك أرقام فردية

∴ هناك أرقام زوجية وفردية في ذات الوقت .

من الواضح أن مقدمات هذا البرهان صادقة ، فبعض الأرقام زوجية وبعضها فردية ، وأن نتيجته باطلة ، فلا رقم يتصف في آن واحد بهاتين الصفتين . ولأن ذلك كذلك ، يعد البرهان السابق فاسداً ويتوجب الاعتداد بذلك الشرط درء لعدم صحة نسق الشجرة .

$$(\forall) - Gww$$

$$-(\forall x) Hx \rightarrow (\exists y) Gya$$

$$\overline{(\exists z)(Hz \wedge - Gzz)}$$

الفئة التي يتوجب اختبار اتساقها هي الفئة التالية :

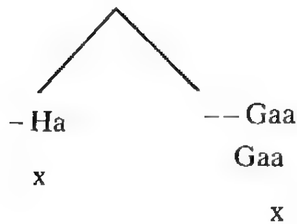
w/b ، w/a

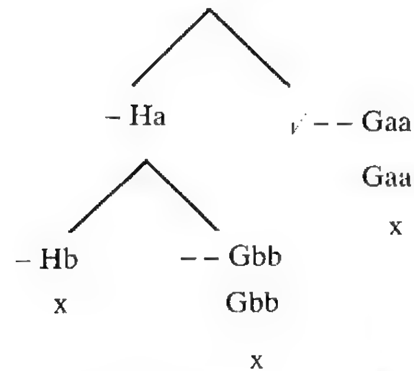
$$\left\{\begin{array}{l}(\forall w) - Gww \\ -(\forall x) Hx \rightarrow (\exists y) Gya \\ -(\exists z)(hz \wedge - Gzz)\end{array}\right.$$

z/b ، z/a

$$(\forall z)(Hz \wedge - Gzz)$$

√ $--(\forall x) Hx$	√ $(\exists y) Gya$
x/a $(\forall x) Hx$	Gba
$- Gaa$	$- Gaa$
Ha	$- Gbb$
	√ $-(Ha \wedge - Gaa)$





(∀x) (∀y) [(∃w) Lxw → Lyx] ●

Ltd

(∀x) (∀y) Lxy

هذا برهان سليم كما يتضح من الشجرة التالية :

(∀x) (∀y) [(∃w) Lxw → Lyx]

Ltd

√ – (∀x) (∀y) Lxy

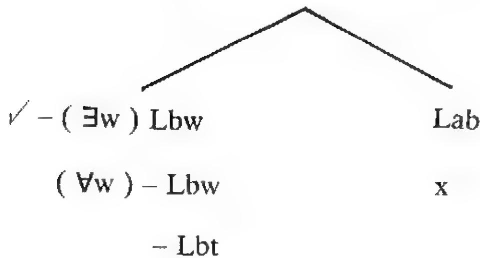
√ – (∀y) Lay

y/b (∃y) – Lay

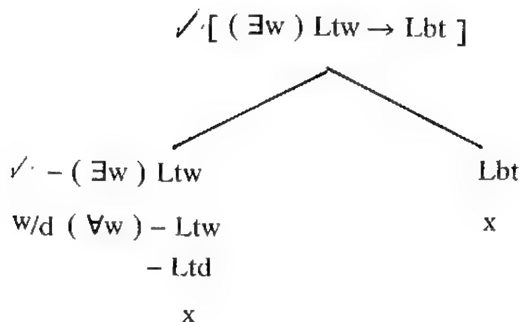
– Lab

y/b ، y/a (∀y) [(∃w) Lbw → Lyb]

√ [(∃w) Lbw → Lab]

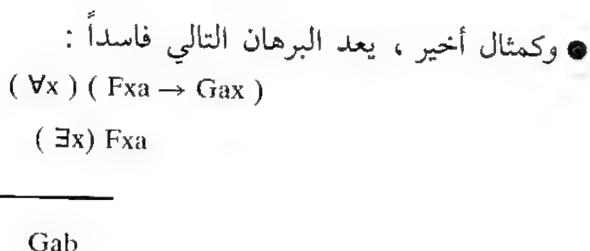


y/b (∀y) [(∃w) Ltw → Lyt]



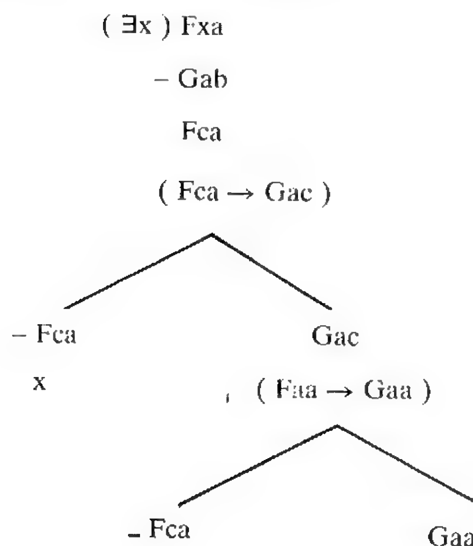
(لاحظ أن هذه الشجرة تتطلب إبداء قدر كاف من الحرص في اختيار الاسماء التي تستعمل في الاستعاضة عن المكمات الكلية) .

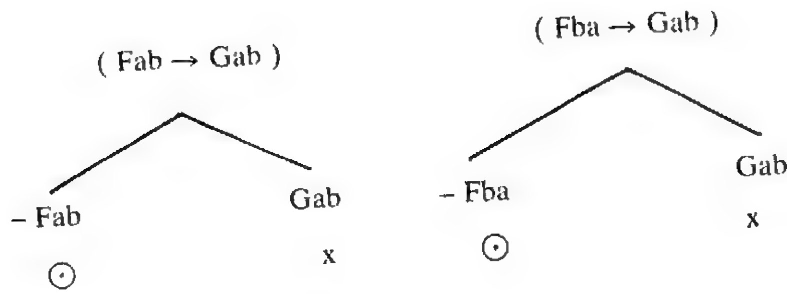
● وكمثال أخير ، يعد البرهان التالي فاسداً :



الشجرة التالية تثبت فساد هذا البرهان :

b/x ، a/x ، c/x (∀) (Fxa → Gax)





* * *

تحديد أنواع القضايا في نسق الشجرة التكميمي :

أسلفنا في الفصل الأول من هذا الكتاب أن القضايا تنقسم إلى ثلاثة أنواع هي هي القضايا التكرارية (أو التحصيل الحاصل) والقضايا المتناقضة (أو الإحالات المنطقية) والقضايا العارضة ، كما أسلفنا أن نسق الشجرة القضوي يبت في أمر تحديد هذه الأنواع حسب التعريفات التالية :

* تعد القضية تكرارية إذا - وفقط إذا - كانت شجرة الفئة المكونة من نقيضها مغلقة .

* تعد القضية متناقضة إذا - وفقط إذا - كانت شجرة الفئة المكونة من تلك القضية مغلقة .

* تعد القضية عارضة إذا - وفقط إذا - كانت شجرة الفئة المكونة من تلك القضية مفتوحة ، وكانت شجرة الفئة المكونة من نقضيها مفتوحة أيضاً .

وكما هو الحال مع مفهومي الاتساق والبرهان السليم ، فإن هذه التعريفات تسري على نسق الشجرة القضوي قدر ما تسري على نسق الشجرة التكميمي . الأمثلة التالية توضح الكيفية التي يتم بها استعمال هذه التعريفات في تصنيف القضايا وتحديد أنواعها .

●

$$[\,(\forall x)\,Fx \rightarrow (\exists y)\,Fy\,]$$

هذه قضية تكرارية على اعتبار بأن شجرة نقيضها مغلقة :

$$\checkmark\ -[\,(\forall x)Fx \rightarrow (\exists)\,Fy\,]$$

$$[(\forall x)Fx \wedge -(\exists y)Fy] \quad \checkmark$$

$x/a \qquad (\forall x)Fx$

$\checkmark \qquad -(\exists y)Fy$

$y/a \qquad (\forall y)-Fy$

Fa

$-Fa$

X

● $(\forall x)(Fx \equiv -Fx)$

هذه قضية متناقضة على اعتبار أن شجرة فئتها مغلقة :

$x/a \qquad (\forall x)(Fx \equiv -Fx)$

$\checkmark \; (Fa \equiv -Fa)$

Fa	$-Fa$
$-Fa$	$--Fa$
X	X

● $(\forall x)(Gxa \rightarrow (Fbx \vee (\exists y)Gy)$

هذه قضية عارضة على اعتبار أن شجرة فئتها ـ كشجرة فئة نقيضها ـ تعد مفتوحة :

$y/a \qquad (\forall x)(Gxa \rightarrow (Fbx \vee (\exists y)Gy)$

$\checkmark (Gaa \rightarrow (Fba \vee (\exists y)Gy)$

$-Gaa$	$(Fba \vee (\exists y)Gy)$
⊙	

(لاحظ أنه ليست هناك مدعاة للاستمرار في تحليل قضايا الفرع الأيمن ،

على اعتبار أن كون الفرع الأيسر مفتوحاً يضمن اتساق الفئة المعينة ، وبالتـالي يضمن عدم كون القضية المعينة قضية متناقضة) .

√ $-(\forall x)(Gxa \to a \to (Fbx \vee (\exists y)\, Gy)$

√ $(\exists x) - (Gxa \to (Fbx \vee (\exists y)\, Gy)$

$-(Gca \to (Fbc \vee (\exists y)\, Gy)$

Gca

√ $-(Fbc \vee (\exists y)\, Gy)$

$-Fbc$

√ $-(\exists y)\, Gy$

$(\forall y) - Gy$

$-Ga$

$-Gb$

$-Gc$

⊙

● وأخيراً ، تعد القضية التالية تكرارية :

$$[((\exists x)\, Fx \to Ga) \equiv (\forall x)(Fx \to Ga)]$$

وذلك على اعتبار استحالة صدق نقيضها :

√ $-[((\exists x)\, Fx \to Ga) \equiv (X\forall x)(Fx \to Ga)]$



√ $((\exists x)\, Fx \to Ga)$

√ $-((\exists x)\, Fx \to Ga)$

√ $-(\forall x)(Fx \to Ga)$

x/c ، x/a $(\forall x)(Fx \to Ga)$

√ $(\exists x) - (Fx \to Ga)$

√ $(\exists x)\, Fx$

√ $-(Fb \to Ga)$

$-Ga$

Fb

Fc

٧ $(Fa \rightarrow Ga)$

١ $(Fc \rightarrow Ga)$

$-Fa$ Ga

                X

$-Fc$ Ga

X   X

$-Ga$

١ $-(\exists x)Fx$ Ga

x/b $(\forall x)-Fx$ X

$-Fb$

X

* * *

تحديد العلاقات بين القضايا في نسق الشجرة التكميمي :

سبق وأن قمنا في الفصل بتعريف العلائق التي يمكن قيامها بين القضايا ؛ ونذكر الآن بالجدول التالي يوضح تلك التعريفات التي تسري حتى على نسق الشجرة التكميمي :

أنواع العلاقات	شجرة (A ، B)	شجرة (A ، -B)	شجرة (B ، -A)	شجرة (-A -B)
A تستلزم B	—	مغلقة	—	—
B تستلزم A	—	—	مغلقة	—
A تستلزم B	—	مغلقة	مغلقة	—
A تتناقض مع B	مغلقة	—	—	مغلقة
A تتقابل مع B	مغلقة	—	—	مفتوحة
A تدخل في التقابل مع B	مفتوحة	—	—	مغلقة

الأمثلة التالية توضح هذه التعريفات .

$\checkmark - (\forall x)(Qx \rightarrow Ux)$

$\checkmark - (\exists x)(Qx \wedge - Ux)$

$\checkmark (\exists x) - ( ) Qx \rightarrow Ux$

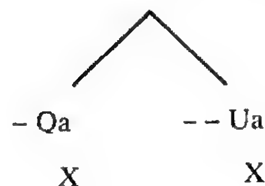
$x/a \ (\forall x) - (Qx \wedge - Ux)$

$\checkmark - (Qa \rightarrow Ua)$

Qa

$- Ua$

$\checkmark - (Qa \wedge - Ua)$



$- Qa \qquad - - Ua$

X X

$\checkmark (\exists x)(Qx \wedge - Ux)$

$\forall x \ (' ' \checkmark) \ (Qx \rightarrow Ux)$

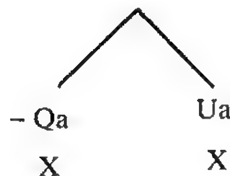
$x/a \ (\forall x)(Qx \equiv Ux)$

$\checkmark (Qa \wedge - Ua)$

Qa

$- Ua$

$\checkmark (Qa \rightarrow Ua)$



$- Qa \qquad Ua$

X X

في المقابل ، فإن علاقة التلازم لا تقوم بين القضيتين التاليتين :

$(\exists x) Fxx$ ، $(\exists x) Fxa$

كما هو موضح في الشجرتين التاليتين :

$\checkmark (\exists x) Fxa$

$\checkmark - (\exists x) Fxx \qquad xb$

$x/b \ bx$ ، $x/a \ (\forall x) - Fxx$

Fba

$- Faa$

$- Fbb$



$\checkmark (\exists X) Fxx$

$\checkmark - (\exists x) Fxa$

x/b ، $x/a \ (\forall x) - Fxa$

Fbb

$- Faa$

Fba



- القضية $(\forall x) Fx$ تناقض مع القضية $(\exists y) - Fy$ كما يتضح في الشكلين التاليين :

$x/a \ (\forall x) Fx$

$\checkmark - (\forall x) Fx$

$\checkmark\ (\exists y) - Fy$

$- Fa$

Fa

X

$\checkmark - (\exists y) - Fy$

$\checkmark\ (\exists x) - Fx$

$y/a\ (\forall y) - - Fy$

$- Fa$

$- - Fa$

X

في حين أن القضية $(\forall x)(Fx \vee Gx)$ لا تتناقض مع القضية $(\exists x) - Fx$:

$x/a\ (\forall x)\ (Fx \vee Gx)$

$\checkmark\ (\exists x) - Fx$

$- Fa$

$\checkmark\ (Fa \vee Ga)$

Fa | Ga

X | ⊙

وكما هو واضح ، فإن احتمال صدقهما معاً لا يتسق مع تناقضهما ، ومن ثم فإنه ليست هناك مدعاة لرسم شجيرة أخرى نختبر فيها احتمال بطلانهما .

● القضية $(\forall y)\ Gy$ تتقابل مع القضية $(\forall z) - Gz$ على اعتبار استحالة صدقهما معاً ، وإمكان بطلانهما معاً :

$ay\ (\forall y)\ Gy$

$a/z\ (\forall z) - Gz$

Ga

$- Ga$

x

$\checkmark - (\forall y)\ Gy$

$\checkmark - (\forall z) - Gz$

$a/y\ (\exists y) - Gy$

$b/z\ (\exists z) - - G2$

$- Ga$

$\checkmark - - Gb$

Gb

⊙

في حين أن القضية Ga لا تتقابل مع القضية $(\forall x) - Rx$ على اعتبار احتمال صدقهما معاً :

$$Ga$$

$$^{x}/_{a}\ (\forall x) - Rx$$

$$- Ra$$

$$\odot$$

● تقوم علاقة الدخول تحت التقابل بين القضيتين :

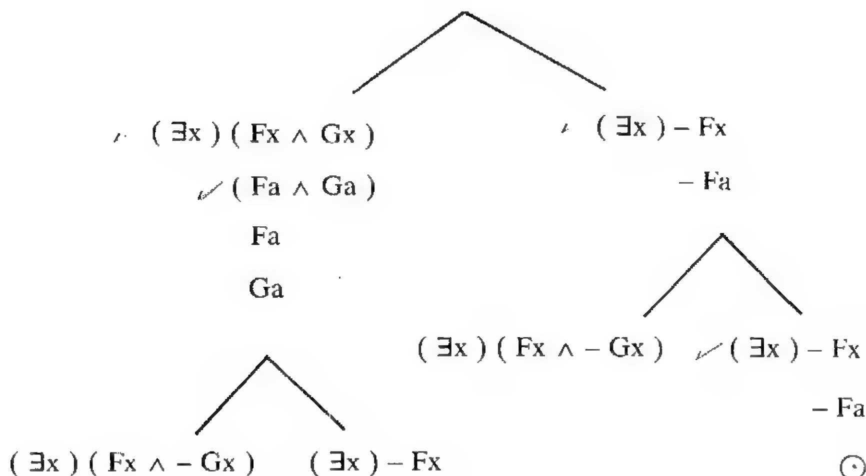
$$[\ (\exists x)\ (Fx \wedge Gx)\ \vee\ (\exists - Fx\ ]$$

$$[\ (\exists x)\ (Fx \wedge - Gx)\ \vee\ (\exists x) - Fx\ ]$$

وذلك على اعتبار أن شجرة الفئة المكونة من هاتين القضيتين شجرة مفتوحة ، وعلى اعتبار أن شجرة الفئة المكونة من سالبهما شجرة مغلقة :

$$\checkmark\ [\ (\exists x)\ (Fx \wedge Gx)\ \vee\ (\exists x) - Fx\ ]$$

$$\checkmark\ [\ (\exists x)\ (Fx \wedge - Gx)\ \vee\ (\exists x) - Fx\ ]$$



(لاحظ أنه ليست هناك مدعاة لاستمرار في تحليل سائر الفروع على اعتبار أن الفرع الأيمن يضمن احتمال صدق تنيك القضيتين) .

$\surd -[(\exists x)(Fx \wedge Gx) \vee (\exists x) - Fx]$

$\surd -[(\exists x)(Fx \wedge - Gx) \vee (\exists x) - (\exists x) - Fx]$

$\surd -(\exists x)(Fx \wedge Gx)$

$\surd -(\exists x) - Fx$

$\surd -(\exists x)(Fx \wedge - Gx)$

$\surd -(\exists x) - Fx$

x/a $(\forall x) - (Fx \wedge Gx)$

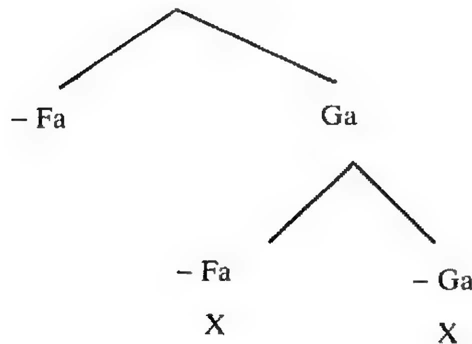
x/a $(\forall x) - - Fx$

x/a $(\forall x) - (Fx \wedge - Gx)$

$(\forall x) - - Fx$

$\surd - (Fa \wedge Ga)$

$- (Fa \wedge Ga)$



في المقابل ، فإن تلك العلاقة لا تقوم بين القضيتين :

$(\exists x)(\exists y) Fxy$ ،

$(\forall x)(\forall y) Fxy$

كما هو موضح في الشكل التالي :

$\surd -(\exists x)(\exists y) Fxy$

$\surd -(\forall x)(\forall y) Fxy$

x/b ، x/a $(\forall x) - (\exists y (Fxy$

$\checkmark (\exists x) - (\forall y)\ Fxy$

$\checkmark - (\forall y)\ Fay$

y/b $\quad (\exists y) - Fay$

$- Fab$

$\checkmark \quad - (\exists y (\ Fay$

$\checkmark \quad - (\exists y)\ Fby$

y/b , y/a $\quad (\forall y) - Fay$

y/b , y/a $\quad (\forall y) - Fby$

$- Fab$

$- Faa$

$- Fbb$

⊙

هنا يتبين أن احتمال بطلان القضيتين وارد ، الأمر الذي يضمن عدم قيام علاقة الدخول تحت التقابل بينهما .

- وأخيراً فإن الشكول التالية تبين مجتمعة عـدم قيام أيـة علاقـة بين القضيتين التاليتين :

$(\exists y)\ Gy \quad ، \quad (\exists x)\ Fx$

فمن جهة فإن الأولى لا تستلزم الثانية :

$\checkmark \quad ((6x)\ Fx$

$\checkmark \quad (\exists y)\ Gy$

Ga

⊙

كما أن الثانية لا تستلزم الأولى :

$\checkmark \quad (\exists y)\ Gy$

$\checkmark \quad - (\exists x)\ Fx$

Ga

$x/a \quad (\forall x) - Fx$

$- Fa$

$\odot$

ومن ثم فإن علاقة التلازم لا تقوم بينهما ، على اعتبار أن التلازم لا يقوم بين أية قضيتين ما لم تستلزم كل منهما الأخرى .

أيضاً فإن القضيتين قد يصدقان معاً :

$\surd \quad (\exists x)\ Fx$

$\surd \quad (\exists y)\ Gy$

Fa

Gb

$\odot$

الأمر الذي يعني أنهما ليستا متناقضتين وليستا متقابلتين .

وأخيراً فإنهما قد يبطلان معاً :

$\surd \quad - (\exists x)\ Fx$

$\exists \quad - (\exists y)\ Gy$

$x/a \quad (\forall x) - Fx$

$y/a \quad (\forall y) - Gy$

$- Fa$

Ga

$\odot$

الأمر الذي لا يتسق وقيام علاقة الدخول تحت التقابل بينهما ؛ من كل هذا نخلص إلى عدم قيام أية علاقة بينهما .

* * *

مربع أرسطو :

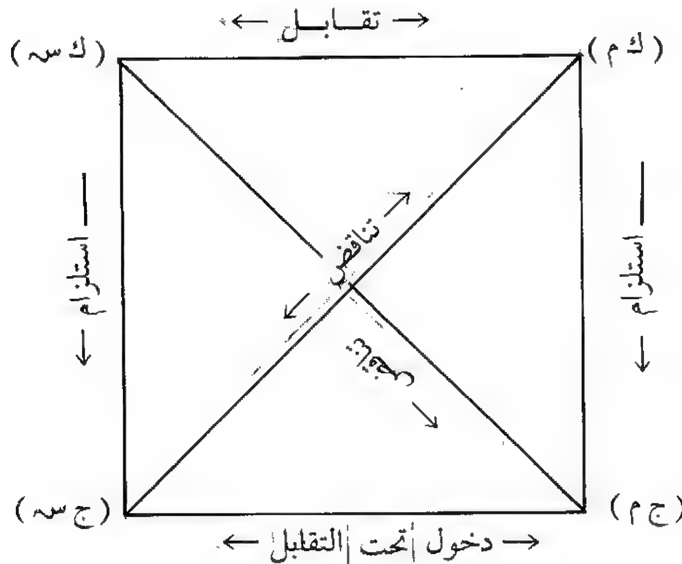
يعتد بمربع أرسطو في المنطق الرمزي المعاصر بوصفه أداة لتوضح العلائق

التي يمكن قيامها بين أنواع بعينها من القضايا، فضلاً عن كونه يوضح فارقاً جوهرياً بين المنطق الأرسطي والمنطق المعاصر. يتكون هذا المربع من أربع قضايا رئيسية هي :

- « كل ما يتصف بالصفة A يتصف بالصفة B »، وهذه قضية كلية موجبة ، ومثالها « كل العرب مسلمون » .
- « كل ما يتصف بالصفة A لا يتصف بالصفة B » ، وهي قضية كلية سالبة ، ومثالها « لا عربي مسلم » .
- « بعض ما يتصف بالصفة A يتصف بالصفة B » ، وهي قضية جزئية موجبة ، ومثالها « بعض العرب مسلمون » .
- « بعض ما يتصف بالصفة A لا يتصف بالصفة B » ، وهي قضية جزئية سالبة ، ومثالها « بعض العرب ليسوا مسلمين » .

وعادة ما يرمز لهذه القضايا على النحو التالي :
(ك م) ، (ك س) ، (ج م) ، (ج س) .

الشكل التالي يوضح العلاقات القائمة بينها من وجهة نظر أرسطية :



العلاقة بين (ك م) و(ك سہ) علاقة تقابل على اعتبار استحالة أن يصدقا معاً ، وإمكان أن يبطلا معاً . يستحيل ـ على سبيل المثال ـ أن يكون كل العرب مسلمين وغير مسملين في ذات الوقت ، ولكن يحتمل أن ألا يكونوا كلهم مسلمين وألا يكونوا كلهم غير مسلمين (أي أن يكون بعضهم مسلمين وبعضهم غير مسلمين) .

أيضاً فإن (ك م) تستلزم (ج م) بمعنى أن صدق (ك م) يضمن صدق (ج م) . إذا صدق القول بأن كل العرب مسلمون صدق القول بإسلام بعضهم . وعلى نحو مماثل ، فإن (ك سہ) تستلزم (ج سہ) ، بمعنى أن صدق الأولى يضمن صدق الثانية . إذا صدق القول بأن كل العرب غير مسلمين صدق القول بعدم إسلام بعضهم .

من جهة أخرى ، فإن هناك تناقضاً قائماً بين (ك م) و(ج سہ) ، كما أن هناك تناقضاً بين (ك سہ) و(ج م) . إذا صدقت (ك م) توجب بطلان (ج سہ) ، وإذا صدقت (ج سہ) توجب بطلان (ك م) إذا كان كل العرب مسلمين بطل القول بعدم إسلام بعضهم ، وإذا صدق هذا القول الأخير ، بطل القول بأن كل العرب مسلمون . وعلى نحو مماثل ، إذا صدق القول بعدم إسلام أي عربي بطل القول بإسلام بعضهم ، وإذا صدق القول بإسلام بعضهم بطل القول بعدم إسلامهم جميعاً . وأخيراً ، تقوم علاقة الدخول تحت التقابل بين (ج م) و(ج سہ) ، بمعنى أنه يحتمل صدقهما معاً ويستحيل بطلانهما معاً . ليست هناك أية استحالة منطقية في كون بعض العرب مسلمين وكون بعض آخر منهم غير مسلمين ؛ بيد أن هناك استحالة منطقية في بطلان هذين الأمرين .

المنطق الرمزي المعاصر لا يقر جميع هذه الأحكام التي يذهب إليها أرسطو ، وإن كان يعتد ببعضها . هذا يرجع إلى أن المنطق الأرسطي يهب ما يتعارف على تسميته بالمحتوى الوجودي (Ontological Content) للقضايا الكلية ذات الصيغ الشرطية ، موجبة كانت أم سالبة ، في حين أن المنطق الرمزي لا يهب مثل ذلك المحتوى لمثل تلك القضايا . القضية القائلة بأن « كل الطلبة الأجانب يجيدون العربية » تبطل ـ من وجهة نظرا أرسطو ـ في حالتين :

- في حالة وجود طالب أجنبي لا يجيد العربية .

● وفي حالة عدم وجود أي طلاب أجانب .

أما من وجهة نظر المنطق الرمزي المعاصر ، فإن تلك القضية لا تبطل إلاّ في الحالة الأولى . لهذا السبب فإن القضية « كل العرب مسلمون » ـ على سبيل المثال ـ ترمز في المنطق المعاصر على النحو التالي :

$$(\forall x) \; (Ax \rightarrow Mx)$$

في حين أنها ترمز في المنطق الأرسطي على نحو مخالف :

$$[(\forall x) \; (Ax \rightarrow Mx) \wedge (\exists y) \; Ay]$$

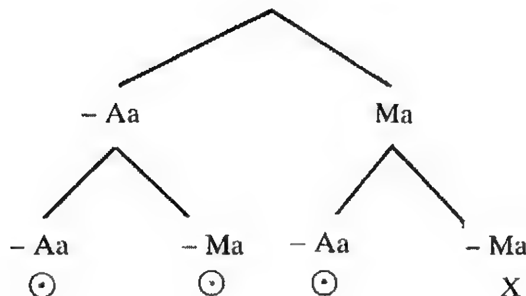
وفي هذا الترميز الأخير ، لا تقرر القضية السابقة أن كل عربي مسلم فحسب ، بل تقرر أيضاً وجود بعض العرب . هذا ما يعنيه القول بأن المنطق الأرسطي يهب محتو وجودياً للقضايا الكلية ذات الصيغ الشرطية ؛ إنه يرمزها بحيث يقرر وجود ما يقابل مقدماتها الشرطية . وفي هذا الخصوص نلاحظ أن عدم إهابة محتوى وجود لتلك القضايا لا يؤثر في استلزام (ك م) لـ (ج م) ولا في استلزام (ك سـ) لـ (ج سـ) ، كما أنه لا يؤثر في قيام علاقة التناقض بين (ك م) و(ج سـ) من جهة ، وفي قيامها بين (ك سـ) و(ج م) من جهة أخرى . إنه يؤثر فحسب في قيام علاقة التقابل بين (ك م) و(ك سـ) وفي قيام علاقة الدخول تحت التقابل يبين (ج م) و(ج سـ) . الشكول التالية توضح أن العلاقة بين (ك م) و(ك سـ) ليست علاقة تقابل :

x/a $\quad (\forall x) (Ax \rightarrow Mx)$

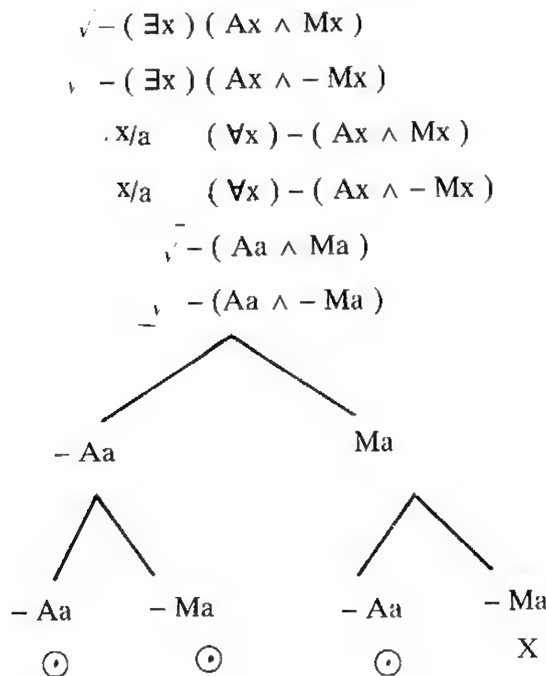
x/a $\quad (\forall x) (Ax \rightarrow - Mx)$

√ $\quad (Aa \rightarrow Ma)$

√ $\quad (Aa \rightarrow - Ma)$



وعلى نحو مماثل ، لا تقوم علاقة الدخول تحت التقابل بين القضيتين (ج م) و(ج سہ) كما هو موضح في الشجرة التالية :



في المقابل ، فإن ترميزنا للقضية (ك ج) والقضية (ك سہ) على نحو يهب لهما محتوى وجودياً من شأنه أن يجعل العلاقات التي يعتد بها أرسطو قائمة ؛ كل ما نحتاجه هو التعبير عنهما على النحو التالي :

$$(\forall x) (Ax \rightarrow Mx) \wedge (\exists x) Ax$$ (ك م)

$$(\forall x) (Ax \rightarrow - Mx) \wedge (\exists x) Ax$$ (ك سہ)

(سنترك أمر البرهنة على قيام تلك العلاقات ـ حسب هذا الترميز ـ للقارىء الذي لن يجد صعوبة تذكر طالما أنه استوعب قواعد نسق الشجرة التكميمي التي ذكرناها في بداية هذا الفصل) .

* * *

وأخيراً ، نشير إلى أن هذا النسق يعد تاماً ، وذلك على اعتبار أنه ليس هناك

برهان يعتد نسق جداول الصدق بسلامته ويعجز هذا النسق عن إثبات سلامته . والواقع أن هذا الأمر يرجع بدوره إلى المبدأ المنطقي القائل بأن تمام أي نسق يتضمن ذات القواعد ويضيف إليها قواعد أخرى ، ومن ثم فإن تمام نسق الشجرة القضوي يضمن بذاته تمام نسق الشجرة التكميمي . على ذلك فإنه ليس بمقدورنا تقرير صحة هذا النسق ، على اعتبار أنه يعتد بسلامة براهين تعد فاسدة من وجهة نظر جداول الصدق . بيد أن ذلك الأمر ليست في حد ذاته مدعاة للتشكيك في صحة الأحكام التي يفضي إليها نسق الشجرة التكميمي ، بل إنه في واقع الأمر يوضح قصور نسق جداول الصدق عن التعامل مع بعض البراهين التي تعد ـ بداهة ـ سليمة . ولتحري الدقة ، يتعين علينا القول إن هذا النسق يعد غير صحيح ـ بمفهوم الصحة النسبي الذي يتعلق بنسق جداول الصدق ـ رغم أنه يعد صحيحاً من وجهة نظر أحكام البداهة ، وهي وجهة نظر ليست مقننة . ولدرء أية شكوك حول هذا النسق ، يتعين علينا توضيح كيف أن قواعده الجديدة لا تفضي إلى تقرير قضايا باطلة بالاستناد إلى قضايا صادقة . والواقع أن الاستدراكات التي تمت الإشارة إليها في صياغة قاعدة التعين الجزئي ـ والخاصة باختبار اسم لم تسبق الإشارة إليه ـ وتلك المشار إليها في قاعدة التعين الكلي ـ والخاصة بعدم وضع الرمز (√) أمام القضايا الكلية ـ إنما وضعت لضمان صحة قواعد نسق الشجرة التكميمي .

* * *

أسئلة الفصل السابع

1 ـ ضع مبرراً مقنعاً للشرط الوارد ذكره في قاعدة التعين الجزئي .

2 عرف المفاهيم التالية :

- الفرع المفتوح في النسق التكميمي الخاص بنسق الشجرة
- مفهوم المحتوى الوجودي .
- الفرع المفتوح اللامتناهي .

3 اختبر مدى اتساق الفئات التالية :

- $\{ -Fa \text{ ، } (\exists x)(\exists y) - Fxy \text{ ، } (\forall x) Fx \}$
- $\{ (\exists y)(-Gy \wedge Fy) \text{ ، } (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \}$
- $\{ (\exists y)(\forall x) Fyx \text{ ، } (\exists x)(\forall y) Fxy \}$

5 ـ حدد أنواع القضايا التالية :

- $(\exists x)(\exists y) - Hxy$
- $(\forall x)(Fx \equiv (Fx \rightarrow Fx))$
- $[(\exists x) Fx \wedge (\forall y)(Fy \rightarrow Ga)] \rightarrow Ga$

5 اختبر سلامة البراهين التالية :

$$(\exists x)(Fx \wedge Gx)$$

$$(\exists) Fx \wedge (\exists y) Gy$$

$(\forall x)\, Fx \vee (\forall x) - Gx$

$(\forall x)\,(Fx \rightarrow Jx)$

$-(\exists x)\,(Hx \wedge Jx)$

$-(\forall x) - (Hx \rightarrow -(\exists y)\, Gy$

$(\forall x) - (Fx \rightarrow Gx)$

$-[(\exists x)\, Gx \vee (\exists x \vee (\exists x)\, Hx]$

$-(\exists x)\, Fx$

$-[(\exists x) - Fx \wedge (\exists x)\,(Gx \wedge - Hx)]$

$(\forall x)\, Hx \rightarrow -(\exists x)\,(Zx \wedge Wx)$

$-(\forall x)\,(Wx \rightarrow Fx)$

$-(\exists x) - Zx \rightarrow -(X)\, Gx$

$(\exists x)\, Fxa$

$(\exists y)\,(\forall x)\, Fxy$

$(\forall x)\,(\exists y)\, Fxy \rightarrow (\exists x)\, Fxa$

$(\exists x)\,(Hx \vee (\forall y)\, Fxy)$

$-$ Fat

$-$ ha

$(\forall y)\,(Fy \equiv - Tya)$

6 ـ حدد العلاقة بين القضيتين :

$(\forall y)\, Fy$ ، $(\exists x) - Gx$

7 برهن على أن القضية :

$(\forall x)\, Fx \vee (\exists x) - Fy$

مستلزمة من قبل القضية

$$(\exists x) \ (\exists y) \ Gxy$$

8 برهن ـ بمثال محدد ـ أن القضايا المتناقضة تتقابل مع القضايا العارضة ، وعلى أن القضايا التكرارية تدخل في التقابل مع القضايا العارضة .

9 ـ ناقش المسوغات التي يمكن أن يلجأ إليها المناطقة المعاصرون لتبرير رفضهم لإهابة محتوى وجودي للقضايا الكلية ذات الصيغ الشرطية .

10 ـ وضح كيف أن نسق الشجرة التكميمي يعد غير صحيح بالنسبة لنسق الشجرة القضوي ، وكيف أن نسق الشجرة القضوي يعد غير تام بالنسبة لنسق الشجرة التكميمي .

* * *

الفصل الثامن

النسق الطبيعي التكميمي

- قواعد النسق الاشتقاقية والاستعاضية .
- تصنيف البراهين في النسق الطبيعي التكميمي .
- البرهنة على لا جوهرية القواعد الاستعاضية .
- تحديد أنواع القضايا في النسق الطبيعي التكميمي .
- تحديد العلاقات بين القضايا في النسق الطبيعي التكميمي .
- أسئلة الفصل الثامن .

تشتمل الأنساق المنطقية التكميمية ـ على اختلاف أنواعها ـ الأنساق المنطقية القضوية التي تناظرها . وعلى وجه الخصوص يتضمن النسق الطبيعي التكميمي ذات القواعد التركيبية والاشتقاقية التي يتضمنها النسق الطبيعي القضوي ، رغم أن له قواعد اشتقاقية يختص بها كي يتسنى لنا التعامل مع القضايا المكممة والقضايا العينية . يحسن بنا إذن ـ في بداية هذا الفصل ـ أن نذكر القارىء بقواعد النسق الطبيعي الاشتقاقية ، على أن نقوم بعد ذلك بطرح قواعد النسق الطبيعي الاشتقاقية التي يختص بها . ولا يفوتنا أن نذكره أيضاً بأن هذا النسق الأخير عاجز ـ كنظيره ـ عن البت في أمر اتساق الفئات وتحديد القضايا العارضة قدر ما هو عاجز عن البرهنة على قيام علاقتي التقابل والدخول تحت التقابل . وبوجه عام ، فإن النسق الطبيعي ـ قضوياً كان أم تكميمياً ـ غير قادر بطبيعته على التعامل مع أي مفهوم يعول على فكرة « الاحتمال » ، على اعتبار أن قدراته تقتصر فحسب على البت في أمر المفاهيم التي تعول على فكرة « الاستحالة » .

قواعد النسق الاشتقاقية والاستعاضية :

أولاً : قواعد النسق الاشتقاقية القضوي :

1 ـ مودس بوننز (Mp) :

$$\begin{array}{l} (P \rightarrow Q) \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

2 ـ مودس تولنز (MT) :

$$\begin{array}{l} (P \rightarrow Q) \\ -Q \\ \hline -P \end{array}$$

٣ ـ القياس الافتراضي (Hs)

$$\frac{(P \rightarrow Q) \quad (Q \rightarrow R)}{(P \rightarrow R)}$$

4 ـ التبسيط (Sim) :

$$\frac{(P \wedge Q)}{P} \qquad \frac{(P \wedge Q)}{Q}$$

5 ـ الوصل (Con) :

$$\frac{P \quad Q}{(P \wedge Q)}$$

6 ـ المعضلة (Dil) :

$$\frac{(P \rightarrow Q) \quad (R \rightarrow S) \quad (P \vee R)}{(Q \vee S)}$$

7 ـ القياس الفصلي (Ds) :

$$\frac{(P \vee Q) \quad -P}{Q} \qquad \frac{(P \vee Q) \quad -Q}{P}$$

8 ـ الإضافة (Add) :

$$\frac{P}{(P \vee Q)} \qquad \frac{P}{(Q \vee P)}$$

ثانياً : قواعد النسق الاستعاضية المشتركة مع النسق الطبيعي القضوي :

9 ـ السلب المضعف (DN) : $P :: --P$

10 النسخ (Dup) : $P :: (P \vee P)$

$P :: (P \wedge P)$

11 ـ الاستبدال (Com) : $(P \vee Q) :: (\vee P)$

$(P \wedge Q) :: (Q \wedge P)$

12 ـ التجميع (Assoc) : $[P \vee (Q \vee s)] :: [(P \vee Q) \vee s]$

$[P \wedge (Q \wedge s] :: [(P \wedge Q) \wedge S]$

13 ـ العكس (:) Contr $(P \rightarrow Q) :: (- \rightarrow - P)$

14 ـ دي مورجان (Dm) : $-(P \vee Q) :: (-P \wedge -Q)$

$-(P \wedge Q) :: (-P \vee -Q)$

15 ـ استبدال التلازم (BE) : $(P \equiv Q) :: [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)]$

16 ـ الاستبدال الشرطي (CE) : $(P \rightarrow Q) :: (-P \vee Q)$

17 ـ التوزيع (Dist) : $P \wedge (Q \vee s[\,] :: [(P \wedge Q) \vee (P \vee S)]$

$P \vee (Q \wedge S)] :: [\,](P \vee Q) \wedge (P \wedge S)$

18 ـ التصدير (Exp) $[(P \wedge Q)] :: [P \rightarrow (Q \rightarrow S)]$

ثالثاً : قواعد خاصة مشتركة مع النسق القضوي :

19 ـ الإثبات الشرطي (CP) :

$\rightarrow P$

$\vdots$

Q

$(P \rightarrow Q)$

20 ـ الإثبات غير المباشر (IP) :

$\rightarrow P$

$:$

$Q \wedge -Q)$

$-P$

رابعاً : قواعد اشتقاقية خاصة بالنسق الطبيعي التكميمي :

21 ـ قاعدة اليقين الكلي (UI) : $(\forall X)\, Px$

$P\,@$

(هنا يتم اسقاط المكمم الكلي نهائياً ، وتتم الاستعاضة عن متغيره بأي اسم نحتاجه في عملية الاشتقاق) .

22 ـ قاعده التعميم الجزئي (EG) : Pa

$$\frac{Pa}{(\exists x)\ Px}$$

(هنا تتم اضافة المكمم الجزئي واسقاط الاسم والاستعاضة عنه بمتغير المكمم الجزئي) .

23 ـ قاعدة التعميم الكلي (UG)

@

⋮

Pa

(∀x) Px

(الاسم @ عبارة عن اسم لم يرد ذكره قبل عملية افتراضه ؛ بكلمات أخرى فإنه يشترط افتراض اسم جديد في كل مرحلة نود فيها اشتقاق قضية كلية باستعمال هذه القاعدة) (لاحظ أيضاً استحالة استعمال أي اسم مرتين أو أكثر) .

24 ـ قاعدة التعيين الجزئي (EI) : (∃x) Px

$$\frac{(\exists x)\ Px}{P\ @}$$

(هنا أيضاً لا يصح استبدال المتغير (x) باسم سبق ذكره) .

خامساً : قواعد الاستعاضة الخاصة بالنسق الطبيعي التكميمي :

25 ـ $-(\forall x)\ Px :: (\exists x) - Px$

26 ـ $-(|x)\ Px :: (\forall x) - Px$

27 $-(\forall x) - Px :: (\exists x)\ Px$

28 ـ $-(\exists x) - :: (\forall x)\ Px$

29 ـ $(\forall x)(Px \to Qx) :: (\exists x)(Px \wedge -Qx)$

30 ـ $-(\exists x)(Px \wedge Qx) :: (\forall x)(Px \to Qx)$

31 ـ $-(\forall x)(Px \to -Qx) :: (\exists x)(Px \wedge Qx)$

32 ـ $-(\exists x)(Px \wedge -Qx) :: (\forall x)(Px \to Qx)$

وغني عن البيان أنه من شأن هذا العدد المتكثر من القواعد أن يصعب من جهة أمر استيعابها واستعمالها ، ويسهل من جهة أخرى عمليات الاشتقاق ، وهذا أمر يسري على وجه الخصوص على قواعد النسق الاستعاضية التي تعد قواعد لا جوهرية يمكن الاستغناء عنها تماماً .

* * *

تصنيف البراهين في النسق الطبيعي التكميمي :

اعتبر البرهان التالي :

$$\begin{array}{l} (\forall x)[Fx \to (Gx \vee Hx)] \\ (\exists x)(Fx \wedge -Hx) \\ \hline (\exists x)(Fx \wedge Gx) \end{array}$$

نحتاج ـ كما أسلفنا في الفصل الرابع من هذا الكتاب ـ إلى طرح اثبات يعترض هاتين المقدمتين ويخلص إلى النتيجة عبر تطبيقات متتابعة لقواعد النسق الاشتقاقية والاستعاضية . ولعلنا نحتاج في مثل هذه المرحلة المبكرة إلى إقامة علاقة بين النسق التكميمي (بقواعده المتكثرة والمعقدة) والنسق القضوي (الذي يفترض أننا قد ألفنا سبل استعمال قواعده) .

نلاحظ بداية أن هذا البرهان يتشابه إلى حد كبير مع البرهان التالي :

$$\begin{array}{l} [P \to (Q \vee H)] \\ (P \wedge -H) \\ \hline (P \wedge Q) \end{array}$$

القضية التي يخلص إليها هذا البرهان قضية وصلية ، وكما أوضحنا في الفصل الرابع فإن اشتقاق مثل هذه القضية يتطلب « عادة » اشتقاق كل جزء من جزئيها ، ثم وصلهما عبر قاعدة الوصل :

$$Q \text{ ، } P \Leftarrow (P \wedge Q)$$

القضية الثانية عبارة عن قضية وصلية تتضمن (P) كأحد جزئيها ، ولذا فإننا نستطيع الحصول على (P) عبر تطبيق قاعدة التبسيط . يبقى إذن أن نبحث عن سبيل يمكننا من الحصول على (Q) . هنا نجد أن المقدمة الأولى عبارة عن قضية شرطية وأن مقدمتها عبارة عن قضية أولية تم الحصول عليها (ألا وهي (P)) . باستعمال قاعدة « مودس بوننز » نستطيع إذن الحصول على نتيجة تلك القضية الشرطية التي تقرر (Q ∨ H) . ولأن المقدمة الثانية تقرر القضية (H -) موصولة بالقضية (P) ، ففي وسعنا اشتقاقها عبر قاعدة التبسيط ، وبذا نحصل على (Q ∨ H) و(H -) . يبقى إذن أن نطبق قاعدة القياس الفصلي لنحصل على (Q) ، وبذا نكون قد خلصنا إلى النتيجة التي نود اشتقاقها . الإثبات التالي يوضح كل هذه التطبيقات :

1 .	$[P \rightarrow (Q \vee H]$	مقدمة
2 .	$(P \wedge - H)$	مقدمة
3 .	P	Sim ، 2
4 .	$(Q \vee H)$	MP ، 3 ، 1
5 .	$- H$	Sim ، 2
6 .	Q	Ds ، 5 ، 4
7 .	$(P \wedge Q)$	Con ، 6 ، 3

البرهنة على سلامة البرهان الأصلي لا تختلف كثيراً عن هذا الإثبات ؛ نحتاج فحسب إلى تطبيق القواعد التي تمكننا من الخلاص من المكممات الكلية والجزئية :

1.	$(\forall x)[Fx \rightarrow (Gx \vee Hx)]$	مقدمة
2.	$(\exists x)(Fx \wedge -Hx)$	
3.	$F@ \wedge -H@$	(EI) ، 2
4.	$Fa \rightarrow (Ga \vee Ha)$	(UI) ، 1
5.	Fa	Sim ، 3
6.	$-Ha$	Sim ، 3
7.	$(Ga \vee Ha)$	MP ، 5 ، 4
8.	Ga	Ds ، 6 ، 7
9.	$(Fa \wedge Ga)$	Con ، 8 ، 5
10.	$(\exists x)(Fx \wedge Gx)$	(EG) ، 9

البرهان إذن سليم على اعتبار أننا قد تمكنا من اشتقاق نتيجته من مقدماته عبر تطبيق قواعد النسق الطبيعي التكميمي .

•

$(\forall x)[(Fx \vee Gx) \rightarrow -(Hx \vee Jx)]$

$(\forall x)[Zx \rightarrow (Hx \wedge Wx)]$

$(\forall x)[Gx \rightarrow -Zx]$

يتشابه هذا البرهان مع البرهان القضوي التالي :

$(F \vee G) \rightarrow -(H \vee J)]$

$[Z \rightarrow (H \wedge W)]$

$[G \rightarrow -Z]$

الاثبات التالي يوضح كيفية اشتقاق هذه النتيجة من تلك المقدمات :

1 .	[(F ∨ G) → – (H ∨ J)]	مقدمة
2 .	[Z → (H ∧ W)]	مقدمة
3 .	→ G	افتراض
4 .	(F ،7 G)	Add ، 3
5 .	– (H ∨ J)	MP ، 4 ، 1
6 .	(– H ∧ – J)	DM ، 5
7 .	– H	Sim ، 6
8 .	– H ∨ – W	Add ، 7
9 .	– (H ∧ W)	DM ، 8
10 .	– Z	MT ، 9 ، 2
11 .	(G → – Z)	CP – 10 – 3

أما الإثبات التالي فيبرهن على سلامة البرهان الأصلي ويتخذ خطوات مشابهة لهذا الإثبات الأخير :

1 .	(∀x) [(Fx ∨ Gx) ≡ – (Hx ∨ Jx)]	مقدمة
2 .	(∀x) [Zx → (Hx ∧ Wx)]	مقدمة
3 .	→ @	افتراض
4 .	[(Fa ∨ Ga) → – (Ha ∨ Ja)]	(UI) ، 1
5 .	[Za → (Ha ∧ Wa)]	(UI) ، 2
6 .	→ Ga	افتراض
7 .	(Fa ∨ Ga)	Add ، 6
8 .	– (Ha ∨ Ja)	MP ، 7 ، 4
9 .	(– Ha ∧ Ja)	DM ، 8
10 .	– Ha	Sim ، 9

11 .	$(-Ha \vee -Wa)$	Add ، 10
12 .	$-(Ha \wedge Wa)$	DM ، 11
13 .	$-Za$	MT ، 12 ، 5
14 .	$(Ga \rightarrow -Za)$	CP ، 13 – 6
15 .	$(\forall x)(Gx \rightarrow -Zx)$	(UG) ، 14

● $(Mr \wedge Cr)$

$(\exists x)(Cx \rightarrow Ex)$

$(\exists)(Mx \wedge Ex)$

هذا برهان لا يحتاج ـ لسهولته ـ للمقارنة ، كما هو واضح في الإثبات التالي :

1 .	$(Mr \wedge Cr)$	مقدمة
2 .	$(\forall x)(Cx \rightarrow Ex)$	مقدمة
3 .	$(Cr \rightarrow Er)$	(UI) ، 2
4 .	Mr	Sim ، 1
5 .	Cr	Sim ، 1
6 .	Er	Mp ، 5 ، 3
7 .	$(Mr \wedge Er)$	Con ، 4 ، 6
8 .	$(\exists x)(Mx \wedge Ex)$	(Eg) ، 7

● لاحظ أننا لم نستعمل حتى الآن القواعد الاستعاضية الخاصة بنسق التكميم الطبيعي ؛ الأمثلة التالية توضح ذلك الأمر :

$$(\forall x)[(Fx \wedge Gx) \rightarrow [Hx \vee -(Ix \vee Jx)]]$$

$$-(\exists x)(Fx \wedge -Gx)$$

$$-(\exists x)[Hx \wedge -(Ix \wedge -Zx)]$$

$$-(\exists x)(Fx \wedge -(Hx \equiv Ix)).$$

يحتاج اشتقاق هذه النتيجة إلى تبني استراتيجية من شأنها أن توضح السبيل العام لاستخلاصها ، وكما هو بين ، فإن هذا البرهان يعد غاية في التعقيد ، ولذا فإنه يتطلب إبداء قدر كاف من الحرص ، ونلاحظ بداية أن مقارنة هذا البرهان مع نظيره القضوي لا تفيد كثيراً في توضيح الاستراتيجية خاصة وأنه ليس هناك وسيلة للتمييز بين سلب القضايا الكلية وسلب القضايا الجزئية بحيث يتسنى لنا تحديد نظائرها في المنطق القضوي . على ذلك ، يحسن بداية أن نعيد صياغة القضايا المكممة السالبة عبر استعمال القواعد الاستعاضية الملائمة ، وذلك على النحو التالي :

1.	$(\forall x)[(Fx \wedge Gx) \rightarrow [Hx \vee -(Ix \vee Jx)]]$	
2.	$-(\exists x)(Fx \wedge -Gx)$	
3.	$-(\exists x)(Hx \wedge -(Ix \wedge -Zx))$	
4.	$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$	2 ، قاعدة استعاضية
5.	$(\forall x)(Hx \rightarrow (Ix \wedge -Zx))$	3 ، قاعدة استعاضية

بهذا الشكل ، تصبح القضايا التي يعول عليها البرهان عبارة عن قضايا كلية ، الأمر الذي يرينا عناء القضايا الجزئية بما تتطلبه من اختيارات لاسماء بعينها . هكذا تصبح مقدمات البرهان على النحو التالي :

1.	$(\forall x)[(Fx \wedge Gx) \rightarrow [Hx \vee -(Ix \vee Jx)]]$
4.	$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$
5.	$(\forall x)(Hx \rightarrow (Ix \wedge -Zx))$

بمقدورنا ايضا إعادة صياغة نتيجة البرهان بحيث تصبح قضية كلية ، وذلك على النحو التالي :

$$-(\exists x)\ [Fx \wedge -(Hx \equiv Ix)]$$

قاعدة استعاضية $(\forall x)\ [Fx \rightarrow (Hx \equiv Ix)]$

لاحظ كيف أن استعمال القواعد الاستعاضية الخاصة بالنسق الطبيعي التكميمي قد وفر علينا الكثير من الجهد ، وللقارىء ـ كيما يتأكد من هذا الأمر ـ أن يحاول إعادة صياغة مقدمات ونتيجة البرهان دون اللجوء إلى تلك القواعد ، وسيكتشف أن إنجاز تلك المهمة غاية في الصعوبة .

في وسعنا الآن طرح الإثبات التالي الذي يشابه برهاننا الأصلي :

1 .	$(F \wedge G)\ [H \vee -(I \vee J)]$	مقدمة
2 .	$(F \rightarrow G)$	مقدمة
3 .	$[H \rightarrow (I \wedge -Z)]$	مقدمة
4 .	$\rightarrow F$	افتراض
5 .	$\rightarrow H$	افتراض
6 .	$(I \wedge -z)$	3 ، 5 ، MP
7 .	I	6 ، Sim
8 .	$(H \rightarrow I)$	5 – 7 ، CP
9 .	I	افتراض
10 .	G	2 ، 4 ، MP
11 .	$(F \wedge G)$	4 ، 10 ، Con
12 .	$[H \vee -(I \vee J)]$	1 ، 11 ، MP
13 .	$(I \vee J)$	9 ، Add
14 .	$--(I \vee J)$	13 ، DN
15 .	H	12 ، 14 ، DS

16.	$(I \rightarrow H)$	CP ، 15 – 9
17.	$[(H \rightarrow I) \wedge (I \rightarrow H)]$	Con ، 16 ، 8
18.	$(H \equiv I)$	BE ، 17
19.	$[F \rightarrow (H \equiv I)]$	CP ، 18 – 4

الاستراتيجية التي يتعين علينا تبنيها لإثبات سلامة البرهان الأصلي لا تختلف كثيراً ؛

1.	$(\forall x)[(Fx \wedge Gx) \rightarrow (Hx \vee Jx))]$	مقدمة
2.	$-(\exists x)(Fx \wedge -Gx)$	مقدمة
3.	$-(\exists x)(Fx \wedge -(Ix \wedge Zx)$	مقدمة
4.	$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$	2 ، قاعدة استعاضية
5.	$(\forall x)(Hx \rightarrow (Ix \wedge -Zx))$	3 ، قاعدة استعاضية
6.	@	افتراض
7.	$[(Fa \wedge Fa) \vee -(Ia \vee Ja))]$	(UI) ، 1
8.	$(Fa \rightarrow Ga)$	(UI) ، 4
9.	$[Ha \rightarrow (Ia \wedge -Za)]$	(UI) ، 5
10.	Fa	افتراض
11.	Ha	افتراض
12.	$Ia \wedge -Za$	MP ، 11 ، 9
13.	Ia	Sim ، 12
14.	$(Ha \rightarrow Ia)$	CP ، 13 – 10
15.	Ia	افتراض
16.	Ga	MP ، 10 ، 8
17.	$(Fa \wedge Ga)$	Con ، 16 ، 10
18.	$[Ha \vee -(Ia \vee Ja)]$	MP ، 7 ، 17

19 .	$(Ia \vee Ja)$	Add ، 15
20 .	$- - (Ia \vee Ja)$	DN ، 19
21 .	Ha	Ds ، 20 ، 18
22 .	$(Ia \rightarrow Ha)$	CP ، 21 – 15
23 .	$[(Ha \rightarrow Ia) \wedge (Ia \rightarrow Ha)]$	Con ، 22 ، 14
24 .	$(Ha \equiv Ia$	BE ، 23
25 .	$[Fa \rightarrow (Ha \rightarrow Ia)]$	CP ، 24 – 10
26 .	$(\forall x) [Fx \rightarrow (Hx \equiv Ix)]$	(UG) ، 25
27 .	$- (\exists x) [Fx \wedge - (Hx \equiv Ix)]$	قاعدة استعاضية

● $(\forall x) Fx \vee (\forall x) - Gx$

$(\forall x) (Fx \rightarrow Jx)$

$- (\exists x) (Hx \wedge Jx)$

$- (\forall x) - Hx \rightarrow - (\exists x) Gx$

الإثبات التالي يوضح سلامة هذا البرهان :

1 .	$(\forall x) Fx \vee (\forall x) - Gx$	مقدمة
2 .	$(\forall x) (Fx \rightarrow Jx)$	مقدمة
3 .	$- (\exists x) (Hx \wedge Jx)$	مقدمة
4 .	$\rightarrow - (\forall x) - Hx$	افتراض
5 .	$(\exists x) Hx$	4 ، قاعدة استعاضية
6 .	$H @$	(EI) ، 5
7 .	$(\forall x) (Hx \rightarrow - Jx)$	3 ، قاعدة استعاضية
8 .	$(Ha \rightarrow - Ja)$	(UI) ، 7
9 .	$- Ja$	MP ، 6 ، 8
10 .	$(Fa \rightarrow Ja)$	(UI) ، 2

11 .	$-Fa$	MI ، 9 ، 10
12 .	$(\exists x) - Fx$	(EG) ، 11
13 .	$-(\forall x) Fx$	12 ، قاعدة استعاضية
14 .	$(\forall x) - Gx$	Ds ، 13 ، 1
15 .	$-(\exists x) Gx$	14 ، قاعدة استعاضية
16 .	$-(\forall x) - Hx \rightarrow -(\exists x) Gx$	CP ، 15 – 4

* * *

البرهنة على لاجوهرية القواعد الاستعاضية التكميمية :

البرهنة على لاجوهرية أية قاعدة استعاضية ـ سواء أكانت تكميمية أو قضوية ـ يتطلب اشتقاق كل طرف من طرفيها من الطرف الآخر ، دون استعمال « ذات » القاعدة . بيد أن البرهنة على لاجوهرية فئة بعينها من القواعد يتطلب اشتقاق كل طرف من طرفي كل قاعدة من الطرف الآخر دون استعمال « أية » قاعدة من قواعد تلك الفئة (ما لم تتم البرهنة على لاجوهرية القاعدة المستعملة بشكل مستقل) .

في هذا الجزء من هذا الفصل ، سوف نبرهن ـ جزئياً ـ على لاجوهرية الفئة التي تتضمن كل قواعد النسق الطبيعي التكميمية ، وذلك بالبرهنة على لاجوهرية الفئة التي تتضمن كل قواعد النسق الطبيعي التكميمية ، وذلك بالبرهنة على لاجوهرية بعض أعضائها ، على أن نحيل أمر البرهنة على لاجوهرية سائر القواعد للقارىء الذي لن يجد صعوبة تذكر في إنجاز تلك المهمة .

25) $-(\forall x) Px \quad :: \quad (\exists x) - Px$

البرهان :

1. $-(\forall x)\,Px$ (الطرف الأول)

2. $\rightarrow -(\exists x)-Px$ افتراض

$\rightarrow @$ افتراض

$\rightarrow -Pa$ افتراض

$(\exists x)-Px$ (EG) ، 4

$[(\exists x)-Px \wedge -(\exists x)-Px]$ Con

Pa IP, 6 – 4

$(\forall x)\,Px$ (UG), 7

$(\forall x)\,Px \wedge -(\forall x)\,Px$

Con ، 8 ، 1

$(\exists x)-Px$ (الطرف الثاني)

IP ، 10 – 2

1. $(\exists x)-Px$ (الطرف الثاني)

2. $\rightarrow (\forall x)\,Px$ افتراض

3. $-P@$ (EI) ، 1

4. Pa (UI) ، 2

5. $(Pa \wedge -Pa)$ Con ، 2 ، 1

6. $-(\forall x)\,Px$

26) $-(\exists x)\,Px :: (\forall x)-Px$

البرهان :

1. $-(\exists x)\,Px$ (الطرف الأول)

2. $\rightarrow @$ افتراض

3. $\rightarrow Pa$ افتراض

4. $(\exists x)\,Px$ (EG) ، 3

5. $[(\exists x)\,Px \wedge -(\exists x)\,Px]$

Con ، 4 ، 1

6. $-Pa$ IP ، 5 – 3

7. $(\forall x)-Px$ (الطرف الثاني) (UG) ، 6

$(\forall x)-Px$ (الطرف الثاني)

$\rightarrow (\exists x)\,Px$ افتراض

$P@$ (EI) ، 2

$-Pa$ (UI) ، 1

$(Pa \wedge -Pa)$ Con ، 3 ، 2

$-(\exists x)\,Px$ (الطرف الأول)

IP ، 5 – 2

(سنترك للقارىء أمر البرهنة على لاجوهرية القـاعدتين (27) ، (28) ، اللتين يتشابه برهانهما مع البرهانين السابقين) .

$$(29) - (\forall x)(Px \rightarrow Qx) :: (\exists x)(Px \wedge -Qx)$$

البرهان :

1 .	$-(\forall x)(Px \rightarrow Qx)$	(الطرف الأول)
2 .	$(\exists x)-(Px \rightarrow Qx)$	القاعدة (25)
3 .	$-(P@ \rightarrow Q@)$	(EI) ، 2
4 .	$-(-Pa \vee Qa)$	CE ، 3
5 .	$(--Pa \wedge -Qa)$	DM ، 4
6 .	$(Pa \wedge -Qa)$	DN ، 5
7 .	$(\exists x)(Px \wedge -Qx)$	(الطرف الثاني) (EG) ، 6

1 .	$(\exists x)(Px \wedge -Qx)$	(الطرف الثاني)
2 .	$(P@ \wedge -Q@)$	(EI) ، 1
3 .	$-(--Pa \wedge -Qa)$	Dn ، 2
4 .	$(-Pa \vee Qa)$	DM ، 3
5 .	$-(Pa \rightarrow Qa)$	CE ، 4
6 .	$(\exists x)-(Px \rightarrow Qx)$	(EG) ، 5
7 .	$-(\forall x)(Px \rightarrow Qx)$	القاعدة (25) (الطرف الأول)

سنترك أمر البرهنة على جوهرية سائر القواعد للقارىء) هكذا يتضح لنا أن وظيفة القواعـد الاستعاضيـة التكميمية وظيفـة عملية خـالصة ، وأنـه بمقدورنـا الاستغناء عنها كلية .

* * *

تحديد أنواع القضايا في النسق الطبيعي التكميمي :

أسلفنا أن قدرات النسق الطبيعي محدودة ، وأنه ليس بمقدوره البت في أمر المفاهيم التي تعول على فكرة الاحتمال . هذا يستلزم عدم قدرة هذا النسق على البرهنة على كون أية قضية عارضة . أما بخصوص النوعين الآخرين من القضايا ، فإنها تعرف على النحو التالي :

* تعد القضية (P) تكرارية إذا وفقط $\varnothing$tp (أي إذا أمكن اشتقاق نقيضها دون افتراض أي شيء) .

* تعد القضية (P)متناقضة إذا وفقط إذا p – $\varnothing$t أي إذا أمكن اشتقاق نقيضها دون افتراض أي شيء) . الأمثلة التالية توضح هذين التعريفين :

● $[(\forall x) (\forall y (Fxy \rightarrow (\forall x) (\exists y) Fxy]$

هذه قضية تكرارية كما هو مبين في الإثبات التالي :

$\varnothing$

1 .	$\rightarrow (\forall x) (\forall y) Fxy$	افتراض
2 .	$\rightarrow @$	افتراض
3 .	$(\forall y) Fay$	1 ، (UI)
4 .	Fab	3 ، (UI)
5 .	$(\exists y) Fay$	4 ، (EG)
6.	$(\forall x) (\exists y) Fxy$	5 ، (UG)
7 .	$(\forall x) (\exists y) Fxy \rightarrow (\forall x) (\exists y) Fxy$	CP ، 6 – 1

● وعلى نحو مماثل ، تعد القضية التالية تكرارية :

$(\forall x) [(\exists y) Fxy \rightarrow (\exists z) Fxz]$

الإثبات التالي يبين ذلك :

$\varnothing$

1 .	$\rightarrow @$	افتراض
2 .	$\rightarrow (\exists y) Fay$	افتراض
3 .	$Fa(b)$	2 ، (EI)
4 .	$(\exists z) Faz$	3 ، (EG)

لاحظ كيف أن تلازم هاتين القضيتين يضمن عدم أهمية تغيير مواضع المكممات الكلية طالما التزامنا بتغيير متغيراتها بنفس الطريقة .

● وأخيراً فإن القضية $(\exists x) - Fx$ تتناقض مع القضية $(\forall x)\ Fx$ على اعتبار إمكان اشتقاق نقيض كل قضية من القضية الأخرى :

افتراض	1 .	$(\exists x) - Fx$	افتراض	1 .	$(\forall x)\ Fx$
1 ، القاعدة (25)	2 .	$-(\forall x)\ Fx$	1 ، القاعدة (28)	2 .	$-(\exists x) - Fx$

ولأنه ليس بمقدور النسق الطبيعي ـ قضوياً كان أم تكميمياً ـ البت في أمر علاقتي التقابل والدخول تحت التقابل ، نكون قد استكملنا الحديث عن النسق الطبيعي التكميمي .

* * *

(الملاحظات التي أتينا على ذكرها في نهاية الفصل السابع ـ بخصوص صحة نسق الشجرة التكميمي وتمامه ـ تسري برمتها على النسق الطبيعي القضوي ، ومن ثم فإننا لا نرى داعياً لتكرارها) .

* * *

3 ـ حدد أنواع القضايا التالية :

- $(Fa \rightarrow (\exists x) Fx)$
- $((\forall x) Fx \vee (\exists x) - Fx)$
- $- ((\forall x) Fx \rightarrow (\exists x) Fx)$
- $- [(\forall x) (\forall y) Fxy \equiv (\forall y) (\forall x) Fyx]$
- $[(\exists x) (\exists y) Fxy \rightarrow (\exists y) (\exists x) Fyx]$

4 ـ برهن على تلازم القضايا التالية :

$((\forall x) Gx \vee (\exists y) - Gy)$ ، $(P \vee - P)$

$(\forall y) (Fy \rightarrow - Fy)$ ، $P \wedge - P))$

5 ـ برهن على تناقض القضيتين التاليتين :

$[(\forall x) (Fx \wedge - Gx) \wedge (\exists y) Fy]$ ، $(\exists x) (Fx \wedge Gx)$

* * *

الفصل التاسع

- صحة الأنساق الاستقرائية وتمامها
- صعوبة تحديد قواعد المنطق الاستقرائي الاشتقاقية .
- الفروق التي تميز بين البراهين الاستنباطية والبراهين الاستقرائية
- في تبيان تعويل النشاط العلمي على البراهين الاستنباطية والبراهين الاستقرائية .
- في تبيان الإشكاليات الفلسفية التي يثيرها مفهوم الاستقراء .
- أسئلة الفصل التاسع .

عادة ما يقال ـ في معرض المقارنة بين الأنساق المنطقية الاستنباطية (-de ductive Systems) والأنساق المنطقية الاستقرائية (inductive Systems) ـ إن قواعد المنطق الاستنباطي التي يؤكد عليها مدرسو مادة المنطق في بداية العام الدراسي تنتهك في آخره على أيديهم حين يشرعون في الحديث عن قواعد المنطق الاستقرائي . والواقع أن هذه الدعابة لا تحيد تماماً عن جادة الصواب ، فقواعد هذا المنطق الأخير ـ إن كانت بحوزته أية قواعد ـ لا تعد صحيحة من وجهة نظر المنطق الأول ، رغم أن العلاقة بينهما ليست بالبساطة التي توحي بها تلك الدعابة .

في هذا الباب المختصر والمبتسر ، نقوم بالتعرف على الفروق الجوهرية التي تميز المنطق الاستنباطي عن المنطق الاستقرائي ، ونشير إلى بعض المفاهيم السائدة وغير الصحيحة التي يعتد بها البعض بخصوص قدرات المنطق الاستقرائي . فضلاً عن ذلك ، فسوف نعني بطائفة من الإشكاليات الفلسفية التي يثيرها هذا النوع الأخير ، ونلمح إلى السبل التي نراها ملائمة لحل بعض منها .

* * *

صحة الأنساق الاستقرائية وتمامها :

أسلفنا ـ في الفصل الأول من هذا الكتاب ـ أن البرهان الاستنباطي يعد سليماً (Valid) إذا ـ وفقط إذا ـ تضمن مقدمات من شأن افتراض صدقها ضمان صدق النتيجة التي يخلص إليها ، كما أسلفنا ـ في الفصل الخامس ـ أن الأنساق المنطقية الاستنباطية القضوية التي يعتد بها المناطقة ـ كنسق الشجرة القضوي ، والنسق الطبيعي القضوي ـ تعد متصفة ـ بالنسبة لنسق جداول الصدقوي بخصيصتين أساسيتين ، هما الصحة (Soundness) والتمام (Comfleteness) .

وعلى وجه الخصوص ، هناك ـ بالنسبة لنسق الشجرة القضوي وحتى بالنسبة لنسق الشجرة التكميمي ـ منهج ميكانيكي محدد نستطيع باستعماله البت في أمر أي برهان استنباطي ومعرفة ما إذا كان سليماً أو فاسداً . أول مشكلة تواجهنا ـ حين يتطرق الحديث بنا إلى المنطق الاستقرائي ـ تتعلق بعدم وجود نسق مناظر بمقدوره البت في وضع البراهين الاستقرائية ، فقواعده لم تحدد بعد ، وليس هناك إجماع بين المناطقة حول إمكان تحديدها ، ومن ثم فإن أمر صحة الأنساق الاستقرائية وتمامها يظل معلقاً .

إذن ، وكما ذكرت في موضع آخر ، فإن هناك حقيقة تاريخية مفادها أن المناطقة ـ منذ عهد « فرنسيس بيكون » ، وحتى عهد « كواين » ـ لم يتمكنوا من تحديد قواعد ذلك المنطق ، وأن عجزهم عن ذلك لم يكن ـ فيما يبدو ـ راجعاً إلى أي تصور في قدراتهم ، فلقد تعددت محاولات المناطقة الممتازين الأمر الذي يرجح أن تكون المسافة التي باعدت بينهم وبين تحقيق هدفهم مقياساً لصعوبة الإشكالية التي واجهتهم (Skyrms, P. 57) .

هكذا اتضح أن مسألة تحديد قواعد المنطق الاستقرائي أصعب بكثير من مسألة تحديد قواعد المنطق الاستنباطي ؛ هذا يرجع جزئياً إلى كون مفهوم السلامة مفهوماً مطلقاً (absolute concept) ، فالبرهان إما أن يكون سليماً أو فاسداً ، والوسط بين هذين الإمكانين مرفوع ، في حين أن مفهوم قوة البراهين الاستقرائية (Strength of inductive arguments) مفهوم نسبي (relative Concept) الأمر الذي يتطلب تحديد درجة أو مدى قوة أي برهان استقرائي (الحصادي 3 ، ص 200) .

والواقع أن الحقائق التاريخية والمنطقية سالفة الذكر قد حدت ببعض الفلاسفة إلى الاعتقاد في استحالة وجود حل لإشكالية تحديد قواعد الاستقراء ، وأنتهى المطاف بهم إلى تقرير أن القدرة على قياس مدى قوة البراهين الاستقرائية ـ التي يستلزم وجودها قيام سبيل لحل تلك الإشكالية ـ عبارة عن ملكة تتكون عند طائفة من ممارسي النشاط العلمي نتيجة لخبراتهم الطويلة في هذا الخصوص ، ومن ثم فإن أمثل سبيل للخلاص من تلك الإشكالية يتعين في التعويل على

أحداس تلك الطائفة والثقة فيما تخلص إليه من أحكام ؛ وكما أوضحت في سياق آخر ، يتسنى لنا القول :

« بأن شأنهم في ذلك كشأن الفنانين الذين يستطيعون بخبراتهم الطويلة تقويم النواحي الجمالية في الموضوعات التي يدرسونها دون أن تكون لديهم أية قواعد جاهزة تتسم بالتحديد أو الوضوح . عندما نريد أن نحدد القيمة الجمالية لأية لوحة ، نستطيع مثلاً أن نستشير « بيكاسو » وعلينا أن نأخذ بحكمه دون أن نتوقع منه مبررات محددة لما يصدره من أحكام . وعلى النحو نفسه ، إذا أردنا معرفة ما إذا كانت مجموعة من المعطيات التجريبية تؤيد بشكل استقرائي افتراضاً علمياً ما ، علينا أن نذهب إلى أحد العلماء البارزين وأن نثق فيما يخبرنا به عن مدى قوة البرهان المطروح » (الحصادي ، 3 ، ص 200 – 201) .

بيد أن هناك عدة صعوبات تواجه هذا السبيل في الخلاص من إشكالية تحديد قواعد المنطق الاستقرائي ، نذكر منها :

1 ـ احتمال أن يكون الوضع الراهن للمحاولات التي تهدف لإيجاد قواعد صحيحة وتامة للمنطق الاستقرائي مشابهاً لوضع المحاولات والجهود التي بذلت لحل اشكالية تحديد قواعد المنطق الاستنباطي قبل « أرسطو » . فكما يؤكد « سكرمز » ، لقد أتى على المناطقة حين من الدهر حسبوا فيه أن الحصول على قواعد صحيحة وتامة تقنن ذلك المنطق أمر مستحيل ، ولقد أثبتت التطورات التي طرأت منذ ذلك الوقت أن اعتقادهم ذاك ، وإن كان مبرراً ، لم يكن صائباً . باختصار ، فإن الحل المطروح يغفل تماماً إمكان أن يأتي منطقي كأرسطو يقوم بما قام به أرسطو للمنطق الاستنباطي (Skyrms, P.57) .

2 ـ يغفل الحل المطروح أيضاً إمكان الا يتفق من نقوم باختيارهم من علماء لتقويم مدى قوة برهان استقرائي ما حول ذلك الأمر ، وهذا احتمال وارد خصوصاً وأن الأهواء الشخصية قد تلعب دورها الحاسم في مثل هذا السياق .

3 ـ المقارنة المطروحة بين الفن والعلم تغفل حقيقة منهجية مفادها أن العلم يتميز عن الفن في كونه نشاطاً موضوعياً ذا منهج رصين محدد ، في حين أن الفن نشاط غير قابل أصلاً لأية عملية من عمليات التقنين .

4 ـ وأخيراً فإن الحل المطروح ـ كما يوضح « سكرمز » ـ يفضي إلى متراجعة لامتناهية يستحيل معها البت في أمر أي برهان استقرائي :

> « هب أن لديك البرهان الاستقرائي (X) وأنك وردت أن تعرف مدى قوة ذلك البرهان ودرجة عقلانية الاعتقاد بنتجيته . . . المفترض . . . أنه نذهب بهذا البرهان إلى عالم من العلماء لا نشك في تمرسه في مجالات العلم وخبرته الطويلة في نشاطاته . في الطريق إلى ذلك العالم الذي قمنا باختياره سوف نجد « سكرمز » في انتظارنا ليسألنا عن الوجهة التي نقصدها . سنقول له إننا ذاهبون إلى العالم (س) (على اعتبار أنه) صاحب نظرية علمية شهيرة ، وأنه شارك في عدة مؤتمرات علمية وقام بعدة تجارب . . . إلخ . يسألنا « سكرمز » أن نكتب ما قلناه في صيغة برهان تكون نتيجته القضية « س عالم (يعتد بأحكامه) » ، وبعد أن يرمز « سكرمز » لذلك البرهان بالرمز (Y) ، يسألنا عن نوع هذا البرهان وسنضطر إلى القول . . أننا لا نستطيع البت في مدى قوته إلا بالاحتكام إلى عالم من العلماء ، ومن ثم فإننا مضطرون إلى استشارة العالم (ص) بخصوص (Y) ، وسنجد ـ في طريقنا إلى ذلك العالم ـ « سكرمز » ثانية يسألنا عن الوجهة التي نقصدها ، وسيسقط في أيدينا لأننا سوف ندرك تماماً ما يعنيه سؤاله للبت في (X) ينبغي البت في (Y) ، وللبت في (Y) ينبغي علينا البت في أمر برهان آخر ، وهكذا إلى ما لانهاية (الحصادي 3 ، ص 202 – 203) .

نخلص من كل هذا إلى وجوب مواجهة إشكالية تحديد قواعد المنطق الاستقرائي ، على اعتبار أن المؤشرات تشير إلى أن السبيل أمام الخلاص منها مسدود . ولكن ما الذي يدعونا أصلاً للاعتقاد في صعوبة طرح حل ملائم لها ؟

* * *

صعوبة تحديد قواعد المنطق الاستقرائي الاشتقاقية :

قد يبدو للبعض أن المشكلة المطروحة أسهل بكثير مما تصدره المناطقة ، وسنجد في نقاشنا لهذا الرأي أنه يغفل أمر تنوع البراهين الاستقرائية وصعوبة تقنينها في أطر جامعة مانعة .

اعتبر البرهان التالي :

70٪ من الدول التي استعمرت في القرن الماضي تحررت في العقود الأخيرة من هذا القرن . **الصومال** دولة استعمرت في القرن الماضي .

إذن من المتوقع أن تتحرر هذه الدولة قبل نهاية هذا القرن .

قد يقول قائل إن قوة هذا البرهان الاستقرائي تساوي 70٪ ، بمعنى أن احتمال صدق نتيجته ـ في حال صدق مقدماته ـ يساوي ذلك الرقم . على هذا النحو ، يمكن تعميم فكرة هذا القول عبر طرح القاعدة الاستقرائية التالية :

* قوة البرهان :

N٪ من الأشياء التي تم فحصها تتصف بالخاصية (س) في حال اتصافها بالخاصية (ص) .

(X) متصف بالخاصية (ص)

(X) متصف بالخاصية (س)

تساوي N٪ .

إذا اعتبرنا النسق المنطقي الذي يتكون فحسب من هذه القاعدة ، لوجدنا أن

هذا النسق ليس صحيحاً وليس تاماً . البرهان التالي ـ على سبيل المثال ـ يعد برهاناً استقرائياً قوياً (إن لم يكن استنباطاً سليماً) بناء على تلك القاعدة :

100٪ من الأشياء التي تم فحصها والمتصفة بالصفة (ص)
تتصف بالصفة (س)
(X) متصف بالصفة (ص)

إذن ، (X) متصف بالصفة (س) .

واضح أن البرهان السابق برهان استقرائي وليس استنباطياً ، رغم أن القاعدة المطروحة تستلزم كونه استنباطياً ، الأمر الذي يبرهن على عدم صحة النسق الذي يتضمنها .

فضلاً عن ذلك ، فإن القاعدة المطروحة غير قادرة على التمييز بين البرهانين الاستقرائين التاليين ـ على سبيل المثال ـ رغم وجود فرق واضح بينهما .

- **تم فحص** عشرة أشياء ، وثبت أن 80٪ منها تتصف بالصفة (س) إذن الشيء الذي سوف يتم فحصه في المستقبل يتصف بذات الصفة .
- **تم فحص** مليون شيء ، وثبت أن 80٪ منها تتصف بالصفة (س) إذن الشيء الذي سوف يتم فحصه في المستقبل يتصف بذات الصفة .

القاعدة السابقة لا تميز بين هذين البرهانين لأنها لا تعطي أي اعتبار لحجم العينة المستدل منها ، وهذا ما يتناقض مع ما تؤكد عليه المناهج العلمية على اختلاف مجالات تطبيقها . وعلى النحو نفسه ، فإن تلك القاعدة عاجزة عن التمييز بين البراهين التي تقرر النسب نفسها وتختلف بخصوص « تنوع » العينة المستدل منها ، وهذا أيضاً يتعارض مع ما تؤكد عليه تلك المناهج . (الحصادي ، 2 ، ص 204 – 205) .

نخلص منها إلى وجوب أن تعتد القواعد الاستقرائية بحجوم العينات المشار إليها في مقدمات البراهين الاستقرائية وبتنوعها ، فضلاً عن النسب التي تعول عليها القاعدة سالفة الذكر . ولكن ، يبدو أننا في خضم ملاحقة نسق استقرائي

صحيح وتام قد أغفلنا الإجابة عن سؤال أكثر أهمية ، بل إن الإجابة عنه شرط ضروري لتحديد جدوى تلك الملاحقة : ما الذي يميز أصلاً بين البراهين الاستنباطية والبراهين الاستقرائية ؟

* * *

الفروق التي تميز بين البراهين الاستنباطية والبراهين الاستقرائية :

أشرنا إلى أن البراهين الاستنباطية تصنف إلى نمطين : براهين استنباطية سليمة يضمن صدق مقدماتها صدق النتائج التي تفضي إليها ، وبراهين استنباطية فاسدة لا يضمن صدق مقدماتها صدق النتائج المستقاة منها . على ذلك ، فإننا لا نجد اجماعاً بين المناطقة حول تعريف البراهين الاستقرائية ، وإن تم الاعتداد بالتصنيف الذي يميز بين البراهين الاستقرائية القوية والبراهين الاستقرائية الضعيفة . وعلى وجه الخصوص ، هناك خلط واضح يدأب بعض دارسي علم المنطق على ارتكابه بين البراهين الاستنباطية والبراهين الاستقرائية على وجه العموم . يتعين هذا الخلط في تعريف ذينك النوعين من البراهين على النحو التالي :

* البرهان الاستنباطي انتقال من قضية (أو قضايا) كلية إلى قضية جزئية (أو انتقال من العام إلى الخاص) .

* البرهان الاستقرائي انتقال من قضية (أو قضايا) جزئية إلى قضية كلية (أو انتقال من الخاص إلى العام) .

والواقع أن هذين التعريفين ـ كما سوف نوضح بالأمثلة ـ ليسا جامعين وليسا مانعين . بكلمات أوضح ، فإن هناك براهين استقرائية تنقل من قضايا كلية إلى قضية جزئية ، وهناك براهين استنباطية تنقل من قضايا جزئية إلى قضية كلية .

اعتبر ـ بداية ـ المثال التالي :

كل الزمرد الذي تم فحصه حتى الآن أخضر اللون .

إذن الزمردة الموجودة في هذا الصندوق المغلق ـ والتي لم يتم فحصها ـ خضراء اللون .

واضح أن هذا برهان استقرائي رغم أنه ينتقل من قضية كلية إلى قضية جزئية ، الأمر الذي يبرهن على أن تعريف الاستقراء المطروح ليس جامعاً وأن تعريف الاستنباط المطروح ليس مانعاً .

ثم اعتبر البرهان التالي :

عيسى (عليه السلام) رسول
كل من يؤمن بجميع الرسل يؤمن بعيسى (عليه السلام) .

واضح أن هذا برهان استنباطي ، رغم أنه ينتقل من قضية جزئية إلى قضية كلية ، الأمر الذي يبرهن على أن تعريف الاستنباط المطروح ليس جامعاً وأن تعريف الاستقراء المطروح ليس مانعاً .

الفارق الجوهري الذي يميز ـ فيما يرى الكثير من المناطقة ـ بين هذين النوعين من البراهين يتحدد في التالي :

* في البرهان الاستنباطي السليم ، صدق المقدمات يضمن ضماناً مطلقاً صدق النتيجة .

* في البرهان الاستقرائي ، صدق المقدمات لا يضمن ضماناً مطلقاً صدق النتيجة ، لكنه يجعلها محتملة (وبقدر احتمال النتيجة تتحدد مدى قوة وضعف البرهان) .

وفي واقع الأمر ، فإن هذين التعريفين يستلزمان عدة أمور نجملها فيما يلي :

1 ـ كل البراهين الاستقرائية تعد من وجهة نظر المنطق الاستنباطي براهين غير سليمة (أي فاسدة) .

2 ـ إضافة مقدمة جديدة لبرهان سليم لا تؤثر في سلامته ، في حين أن اضافة مقدمة جديدة لبرهان استقرائي قوي قد تؤثر في مدى قوته . المثال التالي يوضح هذا الإمكان الأخير :

90٪ من طلبة قسم علم النفس تحصلوا على تقدير جيد جدا في الثانوية العامة .

زيد طالب في ذلك القسم

تحصل زيد على تقدير جيد جداً .

هذا برهان استقرائي قوي ، على اعتبار أن صدق مقدماته يرجح - بداهة - صدق نتيجته . على ذلك فإن اضافة مقدمات أخرى لهذا البرهان قد تضعف من مدى قوته :

90٪ من طلبة علم النفس تحصلوا على تقدير جيد جداً في الثانوية العامة. 59٪ من طلبة علم النفس الذين تحصلوا على شهاداتهم الثانوية في مدرسة (X) تحصلوا على تقدير جيد .

زيد طالب في ذلك القسم وتحصل على الشهادة الثانوية من تلك المدرسة .

تحصل زيد على تقدير جيد جداً .

واضح أن هذا البرهان أضعف من سابقه ، رغم أن عدد مقدماته يزيد عن عدد مقدمات البرهان الأول ، ورغم أنه يخلص إلى ذات النتيجة .

3 - في المقابل ، فإن حذف مقدمة من برهان فاسد لا يؤثر في فساده ، في حين أن حذفها من برهان استقرائي ضعيف قد يؤثر في مدى ضعفه (في المثالين السابقين ، يعد البرهان الثاني ضعيفاً من وجهة نظر استقرائية ، ويقوى بحذف بعض مقدماته كما هو مبين في البرهان الاستقرائي الأول) .

على ذلك ، فإن حذف بعض مقدمات البرهان السليم قد يجعله فاسداً ، كما أن حذف بعض مقدمات البرهان الاستقرائي القوي قد يؤثر في مدى قوته . فضلاً عن ذلك ، فإن أي تعديل في فحوى النتيجة التي يخلص إليها البرهان قد تؤثر في فساده أو سلامته إن كان استنباطياً ، وفي قوته أو ضعفه إن كان استقرائياً .



في تبيان تعويل النشاط العلمي على البراهين الاستنباطية والاستقرائية :

يلعب مفهوما الاستنباط والاستقراء أدواراً حاسمة في العمليات التي يعول عليها النشاط العلمي . وقبل أن نقوم بتوضيح ذلك الأمر ، يحسن بداية أن نشير إلى السبيل العام الذي ينتهجه العلم الطبيعي في طور محاولة ممارسيه لتحقيق الأهداف المنوطة بذلك النشاط .

بعد أن يقوم العالم بملاحظة بعض الظواهر ، يتساءل عن جملة القوانين الطبيعية التي تعلل حدوثها . في هذه المرحلة ، يقوم العالم بطرح فرض مؤقت يحاول به تفسير تلك الظواهر ، ومن المعروف أن عملية تخمين مثل ذلك الفرض لا تخضع إلى أية أطر أو ثوابت صارمة ؛ « فقد ينشأ الفرض في ذهن الباحث نتيجة لعوامل خارجية تهيأ بدورها الفرص المناسبة لوضعه ، كأن ينشأ بمحض المصادفة نتيجة لحدوث واقعة تقترح عليه الفرض دون قصد (كما حدث في قصة تفاحة « نيوتن » الشهيرة) أو نتيجة تجربة ـ أو ملاحظة مستثارة دون هدف بعينه ـ تبين له ما يمكن افتراضه . في المقابل ، قد ينشأ الفرض نتيجة لعوامل باطنة ، ومثال ذلك الحدس ـ الذي يعد عاطفة ذاتية ـ الذي تقترح للباحث ما عساه أن يكون الفرض » (الحصادي 6 ، ص 82) . وعلى وجه العموم ، ليس هناك منطق يحتكم عملية اكتشاف الفروض ، فهناك عدد لامتناه من التواترات المحتملة التي قد يكون في وسع أي واحد منها تفسير ما تمت ملاحظته من ظواهر ؛ وباختصار فإن لحظة الكشف لا يسبر لها غور ولا يقبل التقنين .

ولكن رغم عدم وجود منطق للكشف ، هناك ـ منطق للتبرير ، أعني لتبرير الفروض التي يتم الاعتداد بها . هنا يلعب الاستقراء دوره في عملية التبرير ، وتتم جمع البيانات والملاحظات واستخلاص نتائج التجارب توطئة لاختبار ما تم اختياره من فروض . ونلاحظ في هذا الخصوص أن الشواهد التي نستدل بها على صحة الفرض ـ مهما تعددت وتنوعت ـ لا تضمن مصداقيته ، ولذا فإن البراهين التي يستعملها الباحث تعد استقرائية ولا تعتبر استنباطية . على ذلك ، فإن هناك من الفلاسفة من يرى أن عملية الدحض (refutation) تعد عملية استنباطية على اعتبار أنه بمقدور حالة واحدة البرهنة على بطلان أي فرض . ولكن ما أن تتم

عملية الاختبار تلك ، ويتم الاعتداد بالفرض بوصفه قد تم التدليل عليه (استقرائياً) حتى يشرع الباحث في اللجوء إلى الاستنباط وذلك توطئة لتعليل الظواهر المتعلقة التي تمت ملاحظتها . فضلاً عن ذلك ، فإن للاستنباط دوراً أساسياً آخر حتى في عملية الاختبار ؛ فالفرض الذي يتم اختباره لا يختبر في واقع الأمر بشكل مباشر ، بل تختبر جملة بعينها من مترتباته ، وبطبيعة الحال فإن تلك المترتبات لا تعدو أن تكون قضايا « مستلزمة » ـ بالمعنى الاستنباطي الذي سبق تعريفه في الفصل الأول ـ من الفرض المعني . وأخيراً ، يتم اللجوء إلى المنطق الاستنباطي في عملية تحديد ما يستلزمه صدق الفرض من تنبؤات ، وذلك على اعتبار أن عملية التنبؤ لا تعدو أن تكون تفسيراً لظواهر لم تحدث بعد (كما أن عملية التفسير لا تعدو أن تكون تنبؤاً بظواهر حدثت بالفعل) .

هكذا تتكامل عمليتا الاستنباط والاستقراء في سير المناشط العلمية ، وهكذا يتضح الدور الأساسي الذي يلعبه المنطق في تحقيق تلك المناشط .



في تبيان الاشكاليات الفلسفية التي يثيرها مفهوم الاستقراء :

إن عقلانية أي نمط سلوكي رهن ـ بداهة ـ بتحصل السالك على شواهد تدلل على صدق اعتقاده بأن قيامه بذلك السلوك يرجح احتمال تحقيقه للنتائج التي يصبو لتحقيقها من سلوكه إياه . ولأن النشاط العلمي يعتبر ـ بداهة ـ نشاطاً عقلانياً ، فإن أمر « البرهنة » على عقلانية وقف على البرهنة على وجود شواهد تدلل على أن السلوكيات التي يقوم بها ممارسوه ترجح من احتمال تحقيق أهداف ذلك النشاط . هذا من جهة ؛ ومن جهة أخرى ، فإن عقلانية الاعتقاد في قدرة أي فرض على تعليل أية مجموعة من الظواهر تتوقف على حصوله على شواهد تدلل على صدقه . هذا يستلزم ـ من جملة ما يستلزم ـ أنه في غياب نسق منطقي يبت في أمر مدى قدرة الملاحظات والتجارب التي يقوم بها العلماء على ترجيح مصداقية ما يخلصون إليه من فروض ، ليس هناك من المسوغات ما يبرر اعتقادنا في عقلانية النشاط العلمي أو في حقه في الاعتداد بما يخلص إليه ممارسوه من نظريات وفروض . وبوجه عام ، فإنه في غياب نسق منطقي استقرائي صحيح

وتام ، لن يتسنى لأحد البرهنة على عقلانية أي سلوك أو أي نشاط ، ويظل التبجيل التي تحظى به تلك السلوكيات والنشاطات موضعاً للتشكيك . تلك هي الإشكالية الأساسية التي يثيرها مفهوم الاستقراء في مثل تلك السياقات . وكما أسلفنا ، فإن هذه الاشكالية المركزية مشحونة بالمعضلات التي تتفرع عنها ، فهناك على سبيل المثال إشكالية إمكان قيام معارف بشرية ، وذلك على اعتبار أن جل معارفنا مستقاة استقرائياً من مجموع ما نلاحظ ونسمع ونتحسس ، وعلى اعتبار أن الاستنباط يعول باستمرار على ما تتضمنه المقدمات أصلاً من معلومات ، ومن ثم فإنه عادة ما لا يضيف جديداً إلى معارفنا . هناك أيضاً الاشكالية التي عبر عنها « الغزالي » بقوله « إن الملاحظة تدل على الحصول عندها ولا تدل على الحصول بها » ، الأمر الذي يعني أن الملاحظات غير قادرة بطبيعتها على دعم أية فروض . وهناك أخيراً إشكالية تبرير الاستقراء التي عنى بها على وجه الخصوص « ديفيد هيوم » والتي تتلخص في القول إن أي تبرير للاستقراء إما أن يكون استقرائياً ـ وبذا يصادر على المطلوب ـ أو يكون استنباطياً ـ وهذا مستحيل على اعتبار وجود فروق جوهرية بين المنطق الاستقرائي والمنطق الاستنباطي (الحصادي 5 ، ص ؟) .

هكذا يتبين لنا ، أن المنطق الاستقرائي ليس على قدر كاف من الدقة والضبط ، وأن شأن تحديده غاية في التعقيد ، وأنه على ذلك يعبر عن صعوبات يتوقف على الخلاص منها وضع مناشط رأينا على الاعتداد بعقلانيتها وموضوعيتها ، بل لعله يعبر أصدق تعبير عن تناهي قدرات البشر ومحدودية إمكان تجاوزهم لما يستقبلون من معطيات حسية متبعثرة ومشوشة .

بيد أننا في الوقت الذي نؤكد فيه على وجوب مواجهة اشكالية تحديد قواعد الاستقراء ، لا يفوتنا أن نشير إلى أن هناك من يتخذ من غياب نسق منطقي استقرائي صحيح وتام ذريعة لرفض المناشط التي تعول على الاستقراء . هكذا نجد من جهة أن الفلاسفة العقلانيين ـ بتشكيكهم المستمر في قدرات الحس ـ يعولون على قدرات البشر التأملية ، ففعلين بذلك أن التأمل لا يعد سبيلاً ناجعاً لتفسير الظواهر التي يعني العلم بأمر تفسيرها ، كما نجد من جهة أخرى أن هناك من يخلط بين يقينية المناشط البشرية وعقلانيتها . وفي هذا الخصوص ، نجد أن

كثيراً من الفلاسفة يؤكد على وجوب أن يحذو العلم الطبيعي حذو الرياضيات ، بأن يتوقف عن استعمال المنطق الاستقرائي وعن التعويل على الحس ، وبأن يعول فحسب على التأمل الصرف وأن يعبر عن نتاجاته في شكل أنساق منطقية على طريقة الرياضيين . والواقع أن هؤلاء الفلاسفة يخلطون بين مفهومي العقلانية واليقينية ، ويغفلون كون اليقين الرياضي يقيناً زائفاً ـ على اعتبار أن نقطة بدء أي نسق رياضي عبارة عن مصادرات يصادر على صحتها دون برهنة ليست هناك مدعاة لأن تحذو المناشط العلمية حذو الرياضية ، فالرياضية ليست يقينية أصلاً ، والعلم الطبيعي عقلاني لمجرد أنه ينتهج أنجع السبل لتحقيق أهدافه (الحصادي ، 6 ، ص 29 – 39) . على ذلك ، فإن مصداقية هذا الحكم الأخير رهن بتبيان كيف أن المنهج العلمي ـ الذي يعول على الاستقراء ـ يعد بالفعل أمثل السبل المتوافرة لدى البشر لتحقيق غايات العلم ، وإلى أن يأتي منطقي يحسم أمر قواعد الاستقراء ، تظل مشروعية العلم موضع تساؤل ، وهذه بالضبط هي أهم المشكلات الفلسفية التي يثيرها الاستقراء .

* * *

أسئلة الفصل التاسع

1 ـ ما معنى أن يكون للأنساق المنطقية منهج ميكانيكي ، وما أثر غياب مثل هذا المنهج ؟

2 ـ ما الذي يستلزمه عجز المناطقة عن تقنيين قواعد المنطق الاستقرائي ؟

3 ـ تحدث عن الانتقادات التي يمكن توجيهها ضد الرأي القائل بأن القدرة على تصنيف البراهين الاستقرائية إلى براهين استقرائية قوية وأخرى ضعيفة لا تعدو أن تكون ملكة يمتلكها بعض العلماء الذين أمضوا سنوات عديدة في ممارسة النشاط العلمي .

4 ـ ما الذي يحول ـ على وجه الضبط ـ دون تقنين قواعد المنطق الاستقرائي ؟

5 ـ ما الانتقادات التي يمكن أن تبرهن على قصور التعريف القائل بأن الاستقراء انتقال من الجزء إلى الكل ، والتعريف القائل بأن الاستنباط انتقال من الكل إلى الجزء ؟

6 ـ وضح الدور الذي يلعبه الاستنباط والاستدلال في سير العملية العلمية .

7 ـ هل هناك ما يمكن تسميته بمشكلة الاستنباط (على غرار ما يعرف في أدبيات الفلسفة بمشكلة الاستقراء) ؟ وضح إجابتك بالأمثلة .

8 ـ ما السبيل الأمثل للتمييز بين مفهومي العقلانية واليقينية ، وما الدور الذي يلعبه هذا التمييز في توضيح محدودية قدرات العلم من جهة وفي مشروعية مناشطة من جهة أخرى ؟

* * *

خاتمة الكتاب

هكذا رأينا ـ عبر فصول هذا الكتاب ـ كيف تتشعب محاور علم المنطق وكيف تتشظى مراكز عوده وكيف تختلف سبل صياغة أنساقه . بيد أنه لا يفوتنا أن نؤكد ـ في ختامه ـ على أن المنطق ـ على ذلك التشعب والتشظي والاختلاف ـ يظل المعبر المحكم الرصين الأوحد الذي يعبر بشكل منتظم وعيني عن ذلك المفهوم الهلامي الذي نطلق عليه اسم « العقل » . عندما يحتدم النقاش حول أي أمر ليس بمقدور أحداث الواقع البت فيه ، يطلق الواحد منا ـ وملامح الوقار ترتسم على محياه ـ ذلك الحكم الفصل : « دعونا نحتكم إلى محكمة العقل » ! ولكن ما أن نشرع في إنجاز ذلك الأمر ، حتى نكتشف أن العقل ـ وإن كان أعدل الأشياء قسمة بين الناس ـ ليس محكمة يصدر أحكامها قاض بعينه ، فقضاة العقل يتعددون ـ أو يكادون يتعددون ـ بتعدد عقول البشر . دعونا إذن نذكر بتلك المقالة التي يقرر فيها صاحبها أنه إذا اتفق أي جمع من الناس على أي أمر ، فلا بد أن واحداً منهم على الأقل لا يفكر ؛ ودعونا نذكر بأننا عادة ما ننهي جدالنا بذات الأفكار التي بدأناه بها ، إن لم نكن قد أصبحنا أكثر اعتداد بها وأكثر حماساً وتشنجاً .

لكل هذا يتعين علينا فهم ذلك الحكم الفصل على اعتبار كونه دعوة صريحة للجوء إلى أحكام المنطق ، بكل ما يفترضه ذلك اللجوء من الدخول في خضم التفصيلات المعقدة التي أتينا على ذكرها في هذا الكتاب .

على ذلك ، ليس لنا أن نتوقع أن يكون في وسع المنطق حسم الجدل نهائياً . إن المنطق ـ في هذا السياق ـ لا يعدو أن يكون خطوة متقدمة في درب تحديد مواطن الخلاف وتوضيح الرؤية . الإثباتات ـ فيما يقرر « فردريك

وايزمان » ـ تتطلب مقدمات ، وبمجرد أن تطرح تلك المقدمات حتى يتحداها النقاش بتغيير مجراه إلى مستوى أعمق (Waisman, P.246) . بكلمات أخرى ، فإن النقاش لا يحسم إلا عندما يتسنى لأحد أطرافه القيام طرح برهان سليم يخلص إلى نتيجة من شأنها أن تقرر وضع الأمر الذي أثار النقاش ؛ بيد أن سلامة البرهان لا تعبر في هذا السياق إلا عن شرط ضروري ، أي أن حسم النقاش يتطلب ـ من ضمن ما يتطلب ـ طرح برهان سليم ، لكنه يتطلب ـ فضلاً عن ذلك ـ أن تكون مقدماته صادقة . هنا بالضبط يتم تغيير مجرى النقاش إلى مستوى أعمق ويتم التشكيك في المقدمات ـ بعد أن كان تشكيكا في النتيجة . وبطبيعة الحال ، قد تستمر هذه العملية إلى غير نهاية . بيد أن هذا الاحتمال لا يعني ضرورة أن النقاش ـ كمفهوم عام ـ يعد عبثاً لا طائل من ورائه ؛ فمن جهة فإن احتمال الوصول إلى مقدمات تتفق عليها أطراف النقاش يظل ـ على المستوى النظري ـ قائماً ، ومن جهة أخرى ، فإنه قد يكون من شأن الاستمرار في تلك العملية موضعة مواطن الخلاف وتوضيح الرؤى المتعلقة بالأمر المراد حسمه .

فضلاً عن ذلك، فإن فهم ما يقال يتوقف في أحوال كثيرة على الدراية ببنية القول من وجهة نظر منطقية . وكما لا يخفى ، فإن فهم ما يقال مطلب أساسي لحسم أي أمر ولدرء أي سوء فهم . وفي واقع الأمر ـ وكما ذكرت في موضع آخر ـ فإن هناك مناشط بشرية متعددة تعول على سوء الفهم الناتج بدوره عن الجهل بأساسيات علم المنطق (الحصادي 4 ، ص 144 – 146) . شركات الإعلان ـ على سبيل المثال ـ تعول بشكل مقصود على سوء فهم المستهلكين لفحوى الاعلانات التي تقوم تلك الشركات بإصدارها ، وذلك حتى يتسنى ترويج السلع ـ التي قد لا يصدق عليها ما تقوله عنها . بيد أن هناك حيثيات قضائية تحول دون إعلانهم عنها عبر إعطاء معلومات باطلة ، الأمر الذي يضطرهم إلى البحث عن صياغات صحيحة توحي ـ على صحتها ـ بمعلومات غير صحيحة . هذا بالضبط ما يجعلهم يلجؤون إلى المناطقة ذوي السمعة الحميدة في إنجاز مثل تلك الحيل . غير أن تلك الحيل ـ وإن إنطلت على من ليست لهم دراية بعلم المنطق ـ لا تنطلي على من استوعب من أساسياته حداً كافياً . ولتوضيح هذا الأمر ، اعتبر على سبيل المثال الإعلان التالى الذي يحاول ترويج أحد أنواع السجائر الأميركية :

« Your cigarette is not the lowest in tar unless it is lower than Carlton » .

« إن سيجارتك لا تحتوى على أقل قدر من القطران ما لم يكن قدر القطران فيها أقل من ذلك القدر الذي تحتويه سجائر كارلتون » .

من المعروف أن المدخنين يفضلون أنواع السجائر التي تحتوى على نسب قليلة من القطران ـ على اعتبار أنها مادة ضارة بالصحة . غير أنه ليس بمقدور شركة الإعلان أن تعلن صراحة أن سجائر كارلتون تحتوي على نسبة قليلة جداً من تلك المادة ، لأنها تعلم أن ذلك يعد نوعاً من الإدعاء الباطل الذي تمنعه دوائر القضاء . لهذا السبب ، فإنها تلجأ إلى تعبيرات من شأنها أن توحي بذات الإدعاء الباطل دون أن تكون مسؤولة قانونياً عنها . في المقابل ، فإن قارىء الاعلان يعلم بالقيود القانونية التي تمنع ترويج أية معلومات غير صحيحة ، ولذا فإنه مهيأ للاعتقاد في صحة كل ما تعلن عنه شركات الإعلان . تبقى إذن مهمة البحث عن تعبير يجعل الحيلة تنطلي على المستهلكين دون أن تعرض الشركة لأية عقوبات . الاعلان سالف الذكر ينجز هذه المهمة ؛ إنه يوحي ـ دون أن يقرر صراحة ـ بأن سجائر كارلتون تحتوي على نسبة ضئيلة من مادة القطران ، وذلك على اعتبار أنه يقرر أنه لا يوجد نوع من السجائر يحتوي على أقل نسبة من القطران ما لم تكن تلك النسبة أقل من تلك التي تحتويها سجائر كارلتون . المنطق وحده هو القادر على تبيان كيف أن هذا الإيحاء غير متضمن في صيغة الإعلان ؛ ولترى ذلك هب أنني قلت إن « عبد الكريم عبد الجبار » ـ لاعب السلة الشهير بطول قامته ـ ليس أطول لاعبي السلة قامة ما لم يكن أطول مني ، ولنفترض هنا أنني لاعب سلة قصير القامة . أترى سيستلزم قصر قامتي بطلان قولي ؟ كلا ؛ إذ كيف يكون ذلك اللاعب أطول لاعبي السلة قامة ما لم يكن أطول مني ، بل وأطول من أي لاعب سلة آخر ؟ وعلى نحو مماثل ، كيف يتسنى لأي نوع من السجائر أن يحتوي على أقل نسبة من القطران ما لم تكن نسبة القطران فيه أقل من نسبة القطران التي تحتوي عليها سجائر كارلتون ، وأي نوع آخر من السجائر . باختصار ، فإن الإعلان يتسق ـ بمعنى الاتساق الوارد في الفصل الأول من هذا الكتاب ـ مع إمكان أن تحتوي سجائر كارلتون على نسبة عالية جداً من تلك المادة . هكذا يتم التعويل على عدم الدراية بأساسيات المنطق بما تفضي إليه من سوء فهم لما يقال . وبوجه عام ،

يلعب المنطق دوراً فاعلاً في الحؤل دون كل محاولات الإيهام والخداع على تعدد مقاصدها .

بيد أن جدوى علم المنطق لا تقتصر فحسب على الحول دون تحقيق المقاصد المستترة وغير النبيلة ، فقد نحتاج إليه لفهم ما قد يلتبس علينا فهمه من نصوص . وبطبيعة الحال ، فإن نقد أي نص رهن بفهم ما يود قائله تقريره ، وأن ذلك الفهم وقف ـ في أحوال متعددة ـ على الدراية بأساسيات ذلك العلم . هنا بالضبط يلعب الترميز دوره الفاعل في توضيح دلالات العبارات وفي حسم الجدل الممكن قيامه حولها .

ومهما يكن من شيء ، فإننا لن نمعن في التوكيد على تبجيل المهارات المنطقية ، فنحن نعلم تماماً محدودية قدراته ، قدر ما ندري بأن المنطق العقلي ـ على حد تعبير « طاغور » ـ مدية كلها نصل . إننا ـ باختصار ـ نعتد بالمنطق بوصفه أداة قادرة على تأدية وظائف بعينها ، ولا نعتد به بوصفه أداة سحرية تعيد كل الأمور إلى نصابها وتستجلي حقائق الأشياء .

تم بحمد الله في 1992/12/26 م .

مراجع الكتاب

أولاً المراجع العربية :

1 ـ عزمي إسلام : « أسس المنطق الرمزي » ، القاهرة ، مكتبة الأنجلو المصرية ، 1970 .

2 ـ ماهر عبد القادر : « فلسفة العلوم : المنطق الرياضي » ، الجزء الثالث ، بيروت ، دار النهضة العربية ، 1985 .

3 ـ نجيب الحصادي : « أوهام الخلط » ، بنغازي ، منشورات جامعة قار يونس ، 1989 .

4 ـ نجيب الحصادي : « تقريظ العلم » ، مصراته ، الدار الجماهيرية للنشر والتوزيع والاعلان (1990) .

5 ـ نجيب الحصادي : « تقريظ المنطق » ، مصراته ، الدار الجماهيرية للنشر والتوزيع والاعلان (تحت الطبع) .

6 ـ « نهج المنهج » ، مصراته ، الدار الجماهيرية للنشر والتوزيع والاعلان ، 1991 .

7 ـ بول موي : « المنطق وفلسفة العلوم » ، ترجمة فؤاد زكريا ، القاهرة ، دار نهضة مصر للطبع والنشر ، ؟

8 ـ ويسلي سامون : « المنطق » ترجمة جلال موسى ، بيروت ، دار الكتاب اللبناني ، 1986 .

* * *

ثانياً : المراجع الأجنبية :

1 – M. Bergmann & J. Moor & J. Nelson: « The Logic Book », N.Y., Random Hpuse, 1980.

2 – I. Copi: « Symbolic Logic », London, Collier Mcmillan Publishers, 1973.

3 – V. Clenk:« Vnder standirg Symbolic Logic », N. J., Prentice – Hall, Inc., 1983.

4 – G. Nosich: « Reasons in Arguments », Belmont, Cal., Wadswarth Quslisbhing Conpony, 1982.

W. V. Quine: « Methods of Logic », N. Y., Holt Rinehart and winston, 1956.

B. Skyrms: « Choice and Chance », U. S. A., Dickenson Puslishing Co., Inc., 1975.

7 – F. Waisman : « How I see philosophy » , in « Logical Positivism » , A. J. Ayer (ed)., N. Y. Macmillan Publishing Co., Inc., 1970, PP. 345 – 380.

(قمت بترجمة هذا المقال وعدة مقالات أخرى من نفس الكتاب في كتاب بعنوان « كيف يرى الوضعيون الفلسفة ، مصراته ، الدار الجماهيرية للنشر والتوزيع والاعلان بالاشتراك مع دار الآفاق المغربية ، تحت الطبع) .

* * *

مراجع ذات أهمية خاصة في علم المنطق الرمزي المعاصر(*) :

1 – W. Quine, « Methods of Logic » , N. Y., Holt Rinehart and Winston, 1956.

2 – P. Reichenbach: « Elements of Symbolic Logic », N. Y.,Macmillan, 1948.

3 – Q. Suppes; « Introduction to Logic », Van Nostrand, 1957.

4 – A. « Tarski; Introduction to Logic », Oxford University Press, 1941.

5 – A. Church: « Introduction to Mathematical Logic », Vol. 1, Princeton, Princeton University Press, 1956.

* * *

كتب ذات أهمية تاريخية في تطور علم المنطق عند العرب(*) :

1 ـ ابن تيمية : « كتاب الرد على المنطقيين » ، بمباي ، 1949 .

2 ـ ابن سينا : « كتاب الاشارات والنبيهات » ، القاهرة ، دار المعارف ، 1960 .

3 ـ « كتاب الشفاء ، المنطق ، القاهرة ، المطبعة الأميرية ، 1952 – 1959 .

4 ـ السنوسي ، أبو عبد اللّه ، « شرح المختصر في المنطق » (مخطوط) .

5 ـ الفارابي : « الألفاظ المستعملة في المنطق » ، بيروت ، دار المشرق ، 1968 .

6 ـ الكنبوي : إسماعيل بن مصطفى ، البرهان في علم الميزان (مخطوط) .

* مقتبس من كتاب « المنطق الرياضي » للدكتور عادل فاخوري ، دار العلم للملايين ، الطبعة الثانية ، 1979 ، ص 255 .

فهرس الكتاب

* * *